

能動受動混合拘束下での物体操作

渡辺 哲陽^{*1} 原田 研介^{*2} 江 鐘偉^{*1} 吉川 恒夫^{*3}

Object Manipulation under Hybrid Active/Passive Closure

Tetsuyou Watanabe^{*1}, Kensuke Harada^{*2}, ZhongWei Jiang^{*1} and Tsuneo Yoshikawa^{*3}

In this paper, we discuss the manipulation of an object under hybrid active/passive closure. The passive part of the system corresponds to the uncontrollable part. Therefore, to assure the stability of the controller, how to deal with the uncontrollable part is a key issue. We show the orthogonality between the active and passive parts in the previous paper. Based on the orthogonality, we decompose the dynamics of grasping system into the active part and the passive part. Then, using the decomposition, we derive a controller only including the dynamics of the active part. The controller assures to converge to the desired trajectories asymptotically. We also discuss how to determine the desired internal forces in order to satisfy frictional constraints during the manipulation. In order to verify the validity of our approach, some simulation results are shown.

Key Words: Active/Passive Force Closure, Manipulation, Orthogonality, Grasping

1. はじめに

ロボットハンドは、工業用製品の組み立て、ホームロボットによる家事労働、ロボット介護など様々な場面での使用が期待される汎用手先効果器である。これらの場面では、対象物を把持し操ることが求められる。把持はロボットハンドにとって重要な基本作業の一つであり、force closure という概念が提案されている [1]。しかしながら、force closure は次の 2 通りに解釈することができる。“把持対象物に対して、ロボットハンドにより任意の力・モーメントを作用させることができる”。“どんな外力・モーメントが加わろうとも、関節トルクを変更せずともその外力・モーメントを打ち消し、対象物を静止させることができる”。前者は、ロボットハンドにより任意の方向に対象物を動かすことができることに相当する。後者は、パワーグラスプ [2] の概念に相当する。この定義の曖昧さを取り除くため、吉川 [3] は前者の概念を能動力拘束、後者の概念を受動力拘束と呼んだ。

一般に、人間の作業においてよく見られるのはこれら能動力拘束と受動力拘束が混ざった形態の把持である。吉川 [3] はこの

ような把持形態を能動受動混合拘束と呼んでいる。この形態における重要課題の一つが能動部分と受動部分との間の直交性である。直交性により、能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおいて、能動力拘束方向と受動力拘束方向とを分離して制御することが可能となるからである。先に筆者らはこの直交性について証明した [4]。しかしながら、能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおける物体操作方法の確立は未だなされていない。

そこで本論文では、能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおいて、能動部分と受動部分との間の直交性をもとに、物体操りのための制御アルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは、一般の把持システムに適用できる上に、把持システム全体の動特性を考慮する必要がないという特徴を持つ。これは、把持システムにおける能動部分と受動部分との間の直交性によりもたらされる特徴である。

これまで、数多くのロボットマニピュレータに対し、位置と力のハイブリッド制御方法が提案されてきた [5]。提案するアルゴリズムは、これら従来のハイブリッド制御法の範疇に入れることができる。しかしながらその拡張は容易ではない。ロボットマニピュレータとは違い、ロボットハンドには、受動部分のように制御不可能な部分が存在するからである。提案するアルゴリズムでは、この不可制御部分を取り扱うことができる。また、従来のハイブリッド制御法では考慮されない、摩擦条件についても取り扱うことができる。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、対象とする系を示し、能動力拘束方向、受動力拘束方向を定義する。次いで、

原稿受付 2006 年 10 月 17 日

^{*1}山口大学大学院理工学研究科

^{*2}産業技術研究所

^{*3}立命館大学情報理工学部

^{*1}Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University

^{*2}National Institute of Advanced Industrial Science and Technology

^{*3}College of Information Science and Engineering, Ritsumeikan University

それらの方向が互いに直交することを示す。その直交性をもとに、一般の把持システムに対する制御アルゴリズムを提案する。最後に、数値シミュレーションにより、本手法の有効性を確認する。

1.1 関連研究

force closure の解釈に混乱が生じていることを指摘したのは Trinkle [6] である。その後、吉川がその混乱を取り除くため、能動・受動力拘束という新しい二つの概念を導入した [3]。現在のところ、これら能動・受動力拘束は別々に分けて研究されている。

能動力拘束に関しては、Li ら [7]、Cole ら [8]、横小路ら [9] がそれぞれ点接触、転がり接触、ソフトフィンガー型接触の場合に対して、物体操りのための制御アルゴリズムを提案している。さらに、Cole ら [10]、Zheng ら [11] がすべり接触の場合に対して物体操りのための制御アルゴリズムを提案している。原田らは複数対象物把持において、能動力拘束を解析し [12]、物体操りのための制御アルゴリズムを提案している [13]。一般の把持システムにおける能動力拘束を研究したものとしては、以下のものが挙げられる。Trinkle ら [14] は二次元において、すべり接触する対象物を組み込み把握する場合の操り計画を行っている。Bicchi ら [15] は可操作性について解析している。原田ら [16] は Envelope Family の概念を導入し、それに属したシステムにおいて物体を操るための十分条件を提示している。Park ら [17] は与えられた関節トルク、(物体に加わる)外力・モーメントに対して、動力学・摩擦条件を満たす接触力と加速度を導出している。

なお、能動力拘束には二つの解釈があることに注意されたい。一つはロボットハンドが任意方向に対象物を動かすことができる、もう一つは、force closure の一般的な定義であり、受動力拘束の必要条件であるが十分条件ではない [18]、である。本論文では、先に吉川 [3] により示された定義に基づいて以下に定義し、混乱を避ける。

能動力拘束 (Active force closure): ロボットハンドによって対象物に任意の合力・モーメントを加えることができ、対象物の平衡を維持するためにはロボットハンドによる合力・モーメントの印加が必要な場合、その把持を能動力拘束と呼ぶ。

一方で、受動力拘束 (パワーグラスプ) はロバスタネス、不静定力解析、接触力定式化、関節トルクの最適化などの観点から研究されている [18]~[26]。

一般の多くの把持システムは能動と受動の両方の性質を同時に持っている。近年、筆者らのみがこれら両方の性質を同時に着目して研究している [4][27]。しかしながら、得られた結果はまだ限られている。本論文では、能動・受動部分の直交性をもとに、能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおける対象物操作方法の確立を目指す。

2. 対象とする系と定義

2.1 対象とする系

対象とする系を Fig. 1 に示す。 N 本指のロボットハンドで、任意形状の剛体対象物を把持する場合を考える。以下の仮定を置く。(1) ロボットハンドは対象物と摩擦あり点接触をする。ま

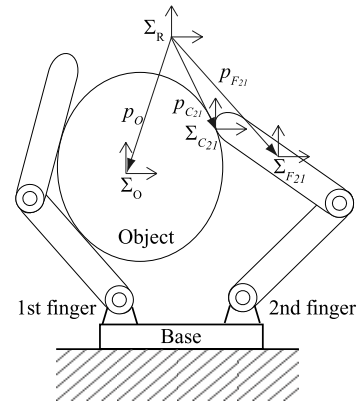


Fig. 1 Target system ($N = 2$)

た、すべり接触は生じないものとする。(2) 各接触点において、接触法線ベクトルは一意に定まるものとする。(3) 接触点の数は変化しない。また、接触点の離脱は生じない。

なお、本論文で使用する記号を付録に示す。

2.2 定義

能動受動混合拘束下にある対象物を操る場合、対象物を操ることのできる方向は、能動拘束方向に限定される。受動部分に対応する方向に外力が加わる場合、関節トルクの変更なしに自動的にその外力を相殺する力がはたらく。つまり、受動部分は不可制御である。対象物操作を行うための制御アルゴリズムを確立するためには、システムの動特性を“能動部分”と“受動部分”に分離する必要がある。このため、対象物の一般化速度空間、一般化力空間内に属する以下の二つの空間を定義する。

能動力拘束空間 (Space of Active Force Closure (SAFC)): 対象物に対してロボットハンドが正の仕事を行うことのできる方向を能動力拘束方向 (direction of active force closure (DAFC)) と呼ぶ。すべての DAFC によって張られる空間を能動力拘束空間 (Space of Active Force Closure (SAFC)) と呼ぶ。

受動力拘束空間 (Space of Passive Force Closure (SPFC)): 関節トルクを変更せずとも打ち消すことのできる外力・モーメントの方向を受動力拘束方向 (direction of passive force closure (DPFC)) と呼ぶ。すべての DPFC によって張られる空間を受動力拘束空間 (space of active force closure (SPFC)) と呼ぶ。

なお、SAFC (DAFC) は変位 (速度) の方向から、SPFC (DPFC) は力・モーメント (レンチ) の方向から、構成されていることに注意されたい。

3. 基礎式

3.1 運動学

$\mathbf{v}_{F_{ij}}$ と $\dot{\mathbf{q}}_i$ の関係、 $\mathbf{v}_{C_{ij}}$ 、 $\mathbf{v}_{F_{ij}}$ 、 \mathbf{v}_O の間の関係はそれぞれ以下のように表される。

$$\mathbf{v}_{F_{ij}} = \mathbf{J}_{F_{ij}} \dot{\mathbf{q}}_i, \quad \mathbf{G}_{ij}^T \mathbf{v}_O = \mathbf{v}_{C_{ij}} = \mathbf{D}_{F_{ij}}^T \mathbf{v}_{F_{ij}} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{J}_{F_{ij}} \in \mathcal{R}^{D \times M_i}$ はヤコビ行列であり、

$$\mathbf{G}_{ij} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ [(\mathbf{p}_{C_{ij}} - \mathbf{p}_O) \times] \end{pmatrix} \in \mathcal{R}^{D \times d},$$

$$\mathbf{D}_{F_{ij}} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ [(\mathbf{p}_{C_{ij}} - \mathbf{p}_{F_{ij}}) \times] \end{pmatrix} \in \mathcal{R}^{D \times d}.$$

である。ただし、 \mathbf{I} は単位行列、 $[\mathbf{a} \times]$ は $[\mathbf{a} \times] \mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ なる外積演算と等価な歪み対称行列を表している。今、

$$\dot{\mathbf{q}} = \text{col}(\dot{\mathbf{q}}_i) \in \mathcal{R}^M,$$

$$\mathbf{J} = \text{diag}(\text{col}(\mathbf{D}_{F_{1j}}^T \mathbf{J}_{F_{1j}}) \cdots \text{col}(\mathbf{D}_{F_{Nj}}^T \mathbf{J}_{F_{Nj}})) \in \mathcal{R}^{Ld \times M},$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{G}_{11} \quad \mathbf{G}_{12} \quad \cdots \quad \mathbf{G}_{NLN}) \in \mathcal{R}^{D \times Ld},$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{J} \quad -\mathbf{G}^T) \in \mathcal{R}^{Ld \times (M+D)},$$

なるベクトル、行列を用いると、式 (1) より以下の関係が得られる。

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v}_O \end{pmatrix} = \mathbf{o}. \quad (2)$$

ただし、 \mathbf{o} は零ベクトルを表している。

式 (2) から、以下の関係が得られる。

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v}_O \end{pmatrix} = \mathbf{\Lambda} \dot{\boldsymbol{\zeta}} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda}_q \\ \mathbf{\Lambda}_r \end{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\zeta}}. \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{\Lambda} \in \mathcal{R}^{a \times (M+D)}$ は、その列が \mathbf{A} の零空間の正規直交基底により構成される直交行列、 $\dot{\boldsymbol{\zeta}} \in \mathcal{R}^a$ はその各列方向の大きさを表す任意ベクトルを表している。なお、 $\dot{\boldsymbol{\zeta}}$ はロボットハンドによる拘束下において発生可能な指・対象物運動に対応する。

ここで、付録 A に示す変換を用いると以下の式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda}_q \\ \mathbf{\Lambda}_r \end{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\zeta}} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda}_{qq} & \mathbf{\Lambda}_{qr} \\ \mathbf{O} & \mathbf{\Lambda}_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\zeta}}_q \\ \dot{\boldsymbol{\zeta}}_r \end{pmatrix}. \quad (4)$$

ただし、 \mathbf{O} は零行列を表している。なお、 $\text{Im}(\mathbf{\Lambda}_q) \cap \text{ker}(\mathbf{J}) = \text{Im}(\mathbf{\Lambda}_{qq})$ より $\text{Im}(\mathbf{\Lambda}_{qr}) \in \text{Im}(\mathbf{J}^T)$ である。

3.2 静力学

式 (2) と仮想仕事の原理より、 \mathbf{f} , \mathbf{w} , $\boldsymbol{\tau}_c$ の関係は以下のように入れられる。

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_c \\ -\mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}^T \\ -\mathbf{G} \end{pmatrix} \mathbf{f}. \quad (5)$$

式 (5) より以下の関係を得る。

$$\mathbf{f} = (\mathbf{J}^T)^+ \boldsymbol{\tau}_c + (\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T) \tilde{\boldsymbol{\xi}}. \quad (6)$$

ここで $(\mathbf{J}^T)^+$ は \mathbf{J}^T の擬逆行列を、 $\tilde{\boldsymbol{\xi}} \in \mathcal{R}^{Ld}$ は任意ベクトルを表している。なお、式 (6) の第二項は、関節トルクに影響を与えない内力を表している。

式 (6) を式 (5) に代入することにより次式を得る。

$$\mathbf{w} = \mathbf{G}(\mathbf{J}^T)^+ \boldsymbol{\tau}_c + \mathbf{G}(\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T) \tilde{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{G}_J \boldsymbol{\tau}_c + \mathbf{\Xi} \tilde{\boldsymbol{\xi}}. \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{G}_J = \mathbf{G}(\mathbf{J}^T)^+$ であり、 $\mathbf{\Xi} \in \mathcal{R}^{D \times p}$ はその列が

$\mathbf{G}(\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T)$ の正規直交基底から構成される直交行列を、 $\boldsymbol{\xi} \in \mathcal{R}^p$ は $\mathbf{\Xi}$ の各列の大きさを表す任意ベクトルである。なお、式 (7) の第二項は関節トルクを変更せずとも発生可能な合力・モーメントを表している。

3.3 摩擦条件

接触点 C_{ij} ($i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, L_i$) における摩擦条件は以下のように表される。

$$\mathcal{F}_{f_{ij}} = \{\mathbf{f}_{ij} | \sqrt{t_{f_{ij},1}^2 + t_{f_{ij},2}^2} \leq \mu_{ij} n_{f_{ij}}, n_{f_{ij}} \geq 0\}. \quad (8)$$

式 (8) をすべての接触点に関してまとめると、次式を得る。

$$\mathcal{F}_f = \{\mathbf{f} | \mathbf{f}_{ij} \in \mathcal{F}_{f_{ij}}, \forall \mathbf{f}_{ij}\}. \quad (9)$$

3.4 対象物・指の動特性

対象物と指の運動方程式はそれぞれ以下のように表される。

$$\mathbf{M}_r \dot{\mathbf{v}}_O + \mathbf{h}_r = \mathbf{w} = \mathbf{G} \mathbf{f}, \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_q + \boldsymbol{\tau}_c = \boldsymbol{\tau}. \quad (11)$$

4. DAFC, DPFC ならびにその間の直交性

本章では DAFC, DPFC の集合ならびにその間の直交性について示す。詳細は文献 [4] を参照されたい。

今、 $\boldsymbol{\tau}_{cst}$ により対象物が安定に把持され、システムが定常状態にある場合を考える。このとき、式 (7), (9) から次式が成立する。

$$\mathbf{w}_{st} = \mathbf{G}^T \mathbf{f}_{st} = \mathbf{G}_J \boldsymbol{\tau}_{cst} + \mathbf{\Xi} \boldsymbol{\xi}_{st}, \mathbf{f}_{st} \in \mathcal{F}_f. \quad (12)$$

ただし \mathbf{w}_{st} , \mathbf{f}_{st} , $\boldsymbol{\xi}_{st}$ は、それぞれ、システムが定常状態にあるときの \mathbf{w} , \mathbf{f} , $\boldsymbol{\xi}$ である。なお、外力がはたらかない場合は $\mathbf{w}_{st} = \mathbf{o}$ である。この状態における DAFC ならびに DPFC を考える。

式 (4) から対象物の許容変位の集合は以下のように表される。

$$\mathcal{A} = \{\Delta \mathbf{r} | \Delta \mathbf{r} = \mathbf{\Lambda}_{rr} \Delta \boldsymbol{\zeta}_r\}. \quad (13)$$

この集合を用いて DAFC は以下のように表すことができる。

$$\text{DAFC} = \{\Delta \mathbf{r} | \text{Work} = \Delta \mathbf{r}^T \mathbf{G}_J \boldsymbol{\tau}_{c_{ad}} > 0, \Delta \mathbf{r} \in \mathcal{A},$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}_{rr} \mathbf{\Lambda}_{rr}^T) \mathbf{G}_J \boldsymbol{\tau}_{c_{ad}} + \mathbf{G}(\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T) \tilde{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{o},$$

$$(\mathbf{J}^T)^+ \boldsymbol{\tau}_{c_{ad}} + (\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T) \tilde{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{f}_{st} \in \mathcal{F}_f\}. \quad (14)$$

ただし、 $\boldsymbol{\tau}_{c_{ad}}$ は $\boldsymbol{\tau}_{cst}$ に追加して加えられる関節トルクを表している。

任意方向の $\boldsymbol{\tau}_{c_{ad}}$ を加えても各接触点での摩擦条件が満たされる場合は以下ようになる。

$$\text{DAFC} = \{\Delta \mathbf{r} | \Delta \mathbf{r} = \mathbf{\Lambda}_{rr} \mathbf{\Lambda}_{rr}^T \mathbf{G}_J \boldsymbol{\tau}_{c_{ad}}\}. \quad (15)$$

一方で DPFC は以下のように表される。

$$\text{DPFC} = \{\mathbf{w}_{ex} | \mathbf{w}_{ex} = \mathbf{\Xi} \boldsymbol{\xi}_{ex}, \mathbf{f}_{ex} = (\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{ex}\},$$

$$\mathbf{f}_{st} + \mathbf{f}_{ex} \in \mathcal{F}_f\}. \quad (16)$$

ただし, ξ_{ex} と $\tilde{\xi}_{ex}$ はそれぞれ w_{ex} に対応する ξ と $\tilde{\xi}$ を表している.

式 (14) (または式 (15)) より, DAFC は Λ_{rr} の列ベクトルによって張られる空間の部分集合として表される. 式 (16) より, DPFC は Ξ の列ベクトルによって張られる空間の部分集合として表される. このため, Λ_{rr} と Ξ とが直交すれば, DAFC と DPFC とが直交することとなる. 実際, $\mathbf{A}\mathbf{A} = \mathbf{O}$ の関係をもとに

$$\Lambda_{rr}^T \Xi = \mathbf{O}. \quad (17)$$

であることを示すことができる [4]. このことから DAFC と DPFC が直交することが分かる.

5. 制 御 則

本章では能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおいて対象物を SAFC に属する方向へと動かすための制御則を導出する. 簡単のため, Λ_{rr} の全列ベクトルから張られる空間が SAFC, Ξ の全列ベクトルから張られる空間が SPFC となっていると仮定する. これは, 把持システムが force closure 状態であると仮定することに対応する.

5.1 対象物動特性の SAFC ならびに SPFC 対応成分への分割

対象物動特性を SAFC に対応する成分と SPFC に対応する成分に分割する. この分割により, SAFC に対応する成分のみ制御すればよいこととなる. 摩擦条件が満たされるならば, SPFC に含まれる方向にはたらく任意の力・モーメントは追加の関節トルク入力なしに相殺されてしまう. このため, 制御は必要ない. 逆に言えば望みの力・モーメントを発生させるなどの制御はできない.

式 (3), (4), (7), (10) から, 対象物の動特性は以下のよう記述できる.

$$\begin{aligned} M_r \Lambda_{rr} \ddot{\zeta}_r + \tilde{h}_r &= w = G_J \tau_c + \Xi \xi, \\ \tilde{h}_r &= h_r + M_r \dot{\Lambda}_{rr} \dot{\zeta}_r. \end{aligned} \quad (18)$$

式 (18) の両辺に Λ_{rr}^T を左から乗じ, 式 (17) を用いると以下の関係が得られる.

$$\Lambda_{rr}^T M_r \Lambda_{rr} \ddot{\zeta}_r + \Lambda_{rr}^T \tilde{h}_r = \Lambda_{rr}^T G_J \tau_c. \quad (19)$$

この式は, SAFC に対応する対象物の動特性を表している.

この章の初めにおいて行った仮定と式 (14) (式 (15)) より, $\Lambda_{rr}^T G_J$ はフル行ランクを持つ. また, M_r は正則であり, Λ_{rr}^T はフル行ランクを持つことから, $\Lambda_{rr}^T M_r \Lambda_{rr}$ は正則である. 以上より, SAFC に含まれる任意方向の加速度は関節トルクによって発生可能であることが分かる.

式 (19) より, 以下の関係を得る.

$$\tau_c = (\Lambda_{rr}^T G_J)^+ (\Lambda_{rr}^T M_r \Lambda_{rr} \ddot{\zeta}_r + \Lambda_{rr}^T \tilde{h}_r) + \Phi k_1. \quad (20)$$

ここで $\Phi \in \mathcal{R}^{M \times (M-\bar{a})}$ はその列が $\Lambda_{rr}^T G_J$ の零空間の正規直交基底により構成されるフル列ランク行列を, $k_1 \in \mathcal{R}^{(M-\bar{a})}$ は Φ の各列の大きさを表す任意ベクトルを表している.

一方で, 式 (18) の両辺に左から Ξ^T を乗じると, SPFC に対応した対象物の動特性成分が以下のように得られる.

$$\xi = \Xi^T M_r \Lambda_{rr} \ddot{\zeta}_r + \Xi^T \tilde{h}_r - \Xi^T G_J \tau_c. \quad (21)$$

なお, 式 (20) より得られる τ_c と式 (21) より得られる ξ を式 (18) の右辺に代入し, $(\Xi \Lambda_{rr})(\Xi \Lambda_{rr})^T = \mathbf{I}$ の関係を用いると, $\mathbf{o} = \mathbf{o}$ の関係を得ることができる.

5.2 内力

式 (7) より, 以下の関係が得られる.

$$\tau_c = G_J^+ (w - \Xi k_1) + E \tilde{f}. \quad (22)$$

ただし $E \in \mathcal{R}^{M \times b}$ はその列が空間 $(\text{Im}(J^T) \cap \ker(G_J))$ の正規直交基底より構成されるフル列ランク行列を, $\tilde{f} \in \mathcal{R}^b$ は E の各列の大きさを表す任意ベクトルを表している.

なお, $(J^T)^+ E \tilde{f}$ は関節トルク τ_c により制御可能な内力である ($G(J^T)^+ E \tilde{f} = \mathbf{o}$). また, 式 (5) より, τ_c は $\text{Im}(J^T)$ に含まれることから, E は $\text{Im}(J^T)$ に含まれることに注意されたい.

5.3 系全体の動特性

式 (3), (4), (11) から, 指の動特性は以下のように書き換えられる.

$$\begin{aligned} \tau &= M_q (\Lambda_{qr} \ddot{\zeta}_r + \Lambda_{qq} \ddot{\zeta}_q) + \tilde{h}_q + \tau_c, \\ \tilde{h}_q &= M_q (\dot{\Lambda}_{qr} \dot{\zeta}_r + \dot{\Lambda}_{qq} \dot{\zeta}_q) + h_q. \end{aligned} \quad (23)$$

したがって, 式 (18), (22), (23) から, 以下の関係を得る.

$$\begin{aligned} \tau &= M_q (\Lambda_{qr} \ddot{\zeta}_r + \Lambda_{qq} \ddot{\zeta}_q) + \tilde{h}_q + E \tilde{f} \\ &\quad + G_J^+ (M_r \Lambda_{rr} \ddot{\zeta}_r + \tilde{h}_r - \Xi \xi). \end{aligned} \quad (24)$$

5.4 制御則

以上の議論をもとに制御則を導出する. 動作可能な対象物位置姿勢 ζ_r と内力成分 \tilde{f} に対する目標軌道 (値) ζ_{rd} ならびに \tilde{f}_d が, それぞれ与えられているものとする. このとき, 式 (20), (22), (23) から, 以下の制御則を考える.

$$\begin{aligned} \tau &= M_W u_p + E u_I + Q + M_q \Lambda_{qq} d_{\zeta d}, \\ M_W &= M_q \Lambda_{qr} + (\Lambda_{rr}^T G_J)^+ (\Lambda_{rr}^T M_r \Lambda_{rr}), \\ Q &= \tilde{h}_q + (\Lambda_{rr}^T G_J)^+ (\Lambda_{rr}^T \tilde{h}_r). \end{aligned} \quad (25)$$

ここで, u_p と u_I はそれぞれ $\ddot{\zeta}_r$ と \tilde{f} に対応する新しい制御入力である. $d_{\zeta d}$ は対象物運動に影響を与えない指運動を与える任意ベクトルであり, 指の可操作度などの評価指数をもとに設定することができる.

この制御則を式 (24) で与えられる系へ適用することにより, 以下の関係を得る (導出は付録 B 参照).

$$u_p = \ddot{\zeta}_r, \quad d_{\zeta d} = \ddot{\zeta}_q, \quad u_I = \tilde{f}. \quad (26)$$

すなわち, 制御則 (25) によってシステムが線形化される.

そこで、 \mathbf{u}_p ならびに \mathbf{u}_I に対して以下のサーボ制御則を適用する。

$$\mathbf{u}_p = \ddot{\zeta}_{rd} + \mathbf{K}_V(\dot{\zeta}_{rd} - \dot{\zeta}_r) + \mathbf{K}_P(\zeta_{rd} - \zeta_r), \quad (27)$$

$$\mathbf{u}_I = \tilde{\mathbf{f}}_d + \mathbf{K}_I \int_0^t (\tilde{\mathbf{f}}_d - \tilde{\mathbf{f}}) dt'. \quad (28)$$

ここで、 \mathbf{K}_P , \mathbf{K}_V , \mathbf{K}_I はゲイン行列である。すると、対象物位置姿勢誤差 $\mathbf{e}_p = \zeta_{rd} - \zeta_r$ ならびに力誤差 $\mathbf{e}_f = \tilde{\mathbf{f}}_d - \tilde{\mathbf{f}}$ は以下の関係を満足する。

$$\ddot{\mathbf{e}}_p + \mathbf{K}_V \dot{\mathbf{e}}_p + \mathbf{K}_P \mathbf{e}_p = \mathbf{o}, \quad (29)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_f + \mathbf{K}_I \mathbf{e}_f = \mathbf{o}. \quad (30)$$

したがって、適切に \mathbf{K}_P , \mathbf{K}_V , \mathbf{K}_I を設定することにより、対象物位置姿勢 ζ_r ならびに内力成分 $\tilde{\mathbf{f}}$ をその目標軌道へ漸近的に収束させることができる。

6. 目標内力

本章では、内力の大きさの目標値 $\tilde{\mathbf{f}}_d$ の決定法について考える。内力は物体操作中において摩擦条件を満たすために用いられる力ゆえ、 $\tilde{\mathbf{f}}_d$ を、摩擦条件を満たすように設定する。

まず、内力を接触力 \mathbf{f} に関して定式化する。式 (5) より以下の関係を得る。

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}^+ \mathbf{w} + \mathbf{\Omega} \mathbf{k}_2. \quad (31)$$

ここで、 $\mathbf{\Omega} \in \mathcal{R}^{LD \times (LD-D)}$ はその各列が \mathbf{G} の零空間の正規直交基底から構成されるフル列ランク行列を、 $\mathbf{k}_2 \in \mathcal{R}^{(LD-D)}$ は $\mathbf{\Omega}$ の各列の大きさを表す任意ベクトルを表している。

ここで、 $\mathbf{\Omega} \mathbf{k}_2$ は内力を表しているが、関節トルクによって必ずしも制御できるとは限らない。制御が可能なのは、式 (31) から得られる $(\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{E} \tilde{\mathbf{f}}$ 成分である。ここでは、 $\mathbf{\Omega} \mathbf{k}_2$ の代わりに $(\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{E} \tilde{\mathbf{f}}$ を用い、関節トルクで制御できる内力成分のみを用いて摩擦条件を満たすことを考える。

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}^+ \mathbf{w} + (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{E} \tilde{\mathbf{f}}. \quad (32)$$

今、対象物がその目標軌道に沿って動いているものとする。式 (8), (18), (32) の関係をもとに、以下の問題を考える。

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{f}}} \quad \rho(\tilde{\mathbf{f}}) \\ & \text{subject to} \quad \mathbf{f} = \mathbf{G}^+(\mathbf{w}_d + \mathbf{w}_{ext}) + (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{E} \tilde{\mathbf{f}} \quad (33) \\ & \quad \mathbf{f} \in \mathcal{F}_f \\ & \quad \mathbf{w}_d = \mathbf{M}_r \mathbf{\Lambda}_{rr} \ddot{\zeta}_{rd} + \dot{\mathbf{h}}_r \end{aligned}$$

ここで、 ρ は評価関数であり、 \mathbf{w}_{ext} は外乱を表している。なお、実用的には、外乱の影響を考慮し、 \mathcal{F}_f の μ_{ij} は実際のものより小さくすることは有効である。評価関数 ρ としては、接触力ノルムや関節トルクの大きさなどを用いればよい。なお、 ρ を最適化せずとも拘束条件が満たされれば操りは実現できる ($\tilde{\mathbf{f}}_d$ は有効である) ことを付記しておく。

7. 数値例

本手法の有効性を示すため、シミュレーションを行う。Fig. 2 に対象とする系を示す。 Σ_O は 1 番目の指の根本に設置した。Fig. 2 の目盛は Σ_R における位置を表している。初期状態において、 Σ_O と Σ_R とが一致することに注意されたい (Fig. 2 参照)。

ロボットハンドは、同じ構造を持つ 2 本指から構成される。各リンクの長さは 0.1 [m]、質量は 0.025 [kg] に設定した。対象物は $0.075\sqrt{2} \times 0.1$ [m] の四角形で、その質量は 0.408 [kg] と設定した。また、対象物の密度は均一であるとした。初期状態における接触点位置は $(-0.0177 \ 0.0177)$, $(-0.0177 \ 0.1237)$, $(0.0823 \ 0.1)$ とした。サーボゲインは、 $\mathbf{K}_P = \text{diag}(2500. \ 2500. \ 2500.)$ [1/sec²], $\mathbf{K}_V = \text{diag}(100. \ 100. \ 100.)$ [1/sec], $\mathbf{K}_I =$

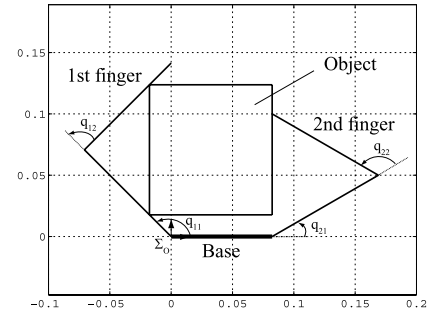
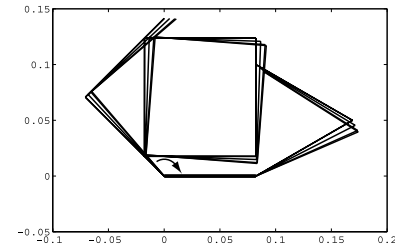
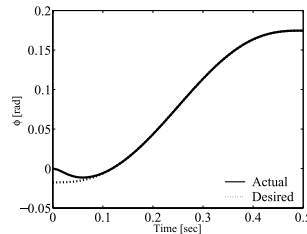


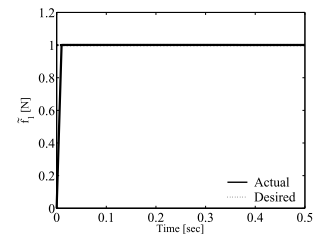
Fig. 2 Target system in simulation (at the initial state)



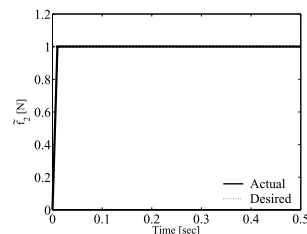
(a) Motion of the object



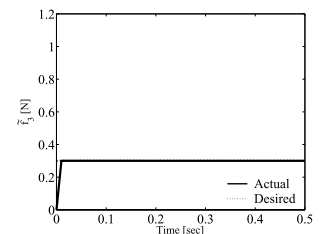
(b) Trajectory of ϕ



(c) Trajectory of \tilde{f}_1



(d) Trajectory of \tilde{f}_2



(e) Trajectory of \tilde{f}_3

Fig. 3 Results

diag(1. 1. 1.) [1/sec] とおいた。入力トルク計算のためのサンプリングタイムは 1.0 [ms]、準動力学計算のためのサンプリングタイムは 0.1 [ms] とした。

Σ_R まわりに 0 [deg] から 10 [deg] まで対象物を回転させる操作を考える。ただし、制御則の有効性を確認するために初期誤差を与えることを考え、 Σ_R まわりに -1 [deg] から 10 [deg] まで対象物を回転させる目標軌道を与えた。摩擦係数は 0.3 とし、内力成分の目標値を (1 1 0.3) [N] とした。この目標値は、式 (33) で与えられる問題の拘束条件を満足する。

Fig. 3 に結果を示す。Fig. 3 (a) は対象物動作の概略を示している。Fig. 3 (b) は対象物姿勢に対応する ϕ の目標軌道と実際の軌道を示している。Fig. 3 (c)~(e) は、各内力成分 \tilde{f}_i ($i = 1, 2, 3$) の目標軌道と実際の軌道を示している。Fig. 3 から、初期誤差があるにもかかわらず、 ϕ および \tilde{f}_i ($i = 1, 2, 3$) がそれぞれ目標軌道に収束しているのが分かる。

8. 終わりに

本論文では、能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおいて、物体を操るための制御則を提案した。能動受動混合拘束下においては不可制御な部分である受動部分が存在する。このため、安定性を保証した制御則を導出するためには、この受動部分の取り扱いが重要となる。先に示した能動部分と受動部分の直交性を用い、対象物動特性を能動力拘束に対応する成分と受動力拘束に対応する成分とに分離した。この分離を用い、能動部分の動特性のみを利用した制御則を導出した。これにより、安定性を保証した制御則を得ることができた。本手法の有効性を、シミュレーションにより確認した。

本論文では、接触点の離脱やすべり接触は生じないものとして議論を展開したが、実際の物体操作でみられる能動受動混合拘束には、接触点の離脱や滑り接触を伴うものも多い。本稿の結果をこの問題へ拡張することは今後の課題である。

参考文献

- [1] A. Bicchi and V. Kumar: "Robotic grasping and contact: A review," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.348-353, 2000.
- [2] M.R. Cutkosky: "On grasp choice, grasp models, and the design of hands for manufacturing tasks," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.5, no.3, pp.269-279, 1989.
- [3] T. Yoshikawa: "Passive and active closures by constraining mechanisms," Transaction of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.121, pp.418-424, 1999.
- [4] 渡辺, 原田, 江, 吉川: "能動受動混合拘束の力学", 日本ロボット学会誌, vol.24, no.1, pp.131-139, 2006.
- [5] T. Yoshikawa: Foundations of Robotics. MIT Press, 1990.
- [6] J.C. Trinkle: "On the stability and instantaneous velocity of grasped frictionless objects," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.8, no.5, pp.560-572, 1992.
- [7] Z. Li, P. Hsu and S. Sastry: "Grasping and coordinated manipulation by a multifingered robot hand," The International Journal of Robotics Research, vol.8, no.4, pp.33-50, 1989.
- [8] A.B.A. Cole, J.E. Hauser and S.S. Sastry: "Kinematics and control of multifingered hands with rolling contact," IEEE Transactions on Automatic Control, vol.34, no.4, pp.398-403, 1989.
- [9] Y. Yokokohji, M. Sakamoto and T. Yoshikawa: "Vision-aided object manipulation by a multifingered hand with soft fingertips," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1027-1031, 1999.
- [10] A.A. Cole, P. Hsu and S.S. Sastry: "Dynamic control of sliding by robot hands for regrasping," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.8, no.1, pp.42-52, 1992.
- [11] X. Zheng, R. Nakashima and T. Yoshikawa: "On dynamic control of finger sliding and object motion in manipulation with multifingered hands," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.16, no.5, pp.469-481, 2000.
- [12] K. Harada, M. Kaneko and T. Tsuji: "Active force closure for multiple objects," Journal of Robotic Systems, vol.19, no.3, pp.133-141, 2002.
- [13] K. Harada, M. Kaneko and T. Tsuji: "Rolling-based manipulation for multiple objects," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.16, no.5, pp.457-468, 2000.
- [14] J.C. Trinkle and R.P. Paul: "Planning for dexterous manipulation with sliding contacts," The International Journal of Robotics Research, vol.9, no.3, pp.24-48, 1990.
- [15] A. Bicchi, C. Melchiorri and D. Balluchi: "On the mobility and manipulability of general multiple limb robots," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.11, no.2, pp.215-228, 1995.
- [16] K. Harada and M. Kaneko: "A sufficient condition for manipulation of envelope family," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.18, no.4, pp.597-607, 2002.
- [17] J. Park, W. Chung and M. Kaneko: "Active-external enveloping grasps: Dynamical-balance based motion analysis," Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1566-1571, 2001.
- [18] A. Shapiro, E. Rimon and J.W. Burdick: "Passive force closure and its computation in compliant-rigid grasps," Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1769-1775, 2001.
- [19] T. Omata and K. Nagata: "Rigid body analysis of the indeterminate grasp force in power grasp," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1787-1793, 1996.
- [20] X.-Y. Zhang, Y. Nakamura, K. Goda and K. Yoshimoto: "Robustness of power grasp," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2828-2835, 1994.
- [21] K. Mirza and D.E. Orin: "General formulation for force distribution in power grasp," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.880-887, 1994.
- [22] Y. Zhang and W.A. Gruver: "Definition and force distribution of power grasps," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1373-1378, 1995.
- [23] Y. Yu, K. Takeuchi and T. Yoshikawa: "Optimization of robot hand power grasps," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3341-3347, 1998.
- [24] T. Omata: "Rigid body analysis of power grasps: Bounds of the indeterminate grasp force," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2203-2209, 2001.
- [25] T. Yoshikawa, T. Watanabe and M. Daito: "Optimization of power grasps for multiple objects," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1786-1791, 2001.
- [26] M.Y. Wang and D.M. Pelinescu: "Contact force prediction and force closure analysis of a fixtured rigid workpiece with friction," Transactions on ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, vol.125, pp.325-332, 2003.
- [27] 渡辺, 吉川: "要求加速度・平衡力集合を用いた物体の把持の最適化", 日本ロボット学会誌, vol.22, no.3, pp.370-376, 2004.

付録 A. Λ_{rr} 導出のための変換

式 (3) において与えられる Λ は以下のように記述できる (文

献 [15] 参照).

$$\begin{pmatrix} \Lambda_q \\ \Lambda_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \Lambda_{22} & \Lambda_{23} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $\text{Im}(\Lambda_{11}) (= \ker(\mathbf{J}))$ は対象物速度に影響を与えない関節速度の冗長性を表す部分空間を、 $\text{Im}(\Lambda_{23}) (= \ker(\mathbf{G}^T))$ は関節速度によって定めることのできない対象物速度の部分空間を表している。したがって、 $(\Lambda_{22} \ \Lambda_{23})$ の各列がロボットハンドによる拘束下において対象物が動くことのできる方向を表すこととなる。

そこで以下の変換を考える。

$$\begin{pmatrix} \Lambda_q \\ \Lambda_r \end{pmatrix} \Psi = \begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \Lambda_{22} & \Lambda_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \Psi_2 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \Psi_3 \end{pmatrix} \\ \triangleq \begin{pmatrix} \Lambda_{qq} & \Lambda_{qr} \\ \mathbf{O} & \Lambda_{rr} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{\zeta} = \Psi \begin{pmatrix} \dot{\zeta}_q^T \\ \dot{\zeta}_r^T \end{pmatrix}^T. \quad (\text{A.3})$$

ただし、 $\Psi \in \mathcal{R}^{a \times a}$ は $\Lambda_{22}\Psi_2$ ならびに $\Lambda_{23}\Psi_3$ が直交行列となるような変換のための正則な行列を表している。なお、 $\dot{\zeta}$ は任意ゆえ、 $\dot{\zeta}_q \in \mathcal{R}^{a-\bar{a}}$ ならびに $\dot{\zeta}_r \in \mathcal{R}^{\bar{a}}$ も任意である。また、それぞれ $\Lambda_{11} (= \Lambda_{qq})$ の各列の大きさ、ならびに $\Lambda_{22}\Psi_2$ ($\Lambda_{12}\Psi_2$) と $\Lambda_{23}\Psi_3$ の各列の大きさを表している。さらに $\Lambda_{qr} \in \mathcal{R}^{M \times \bar{a}}$ 、 $\Lambda_{rr} \in \mathcal{R}^{D \times \bar{a}}$ である。

付録 B. 式 (26) の導出

制御則 (25) を式 (24) で与えられるシステムに適用すると、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_q \Lambda_{qr} (\mathbf{u}_p - \ddot{\zeta}_r) + \mathbf{E} (\mathbf{u}_I - \tilde{\mathbf{f}}) + \mathbf{M}_q \Lambda_{qq} (\mathbf{d}_{\zeta d} - \ddot{\zeta}_q) \\ & + (\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ (\Lambda_{rr}^T \mathbf{M}_r \Lambda_{rr} \mathbf{u}_p + \Lambda_{rr}^T \tilde{\mathbf{h}}_r) \\ & - \mathbf{G}_J^+ (\mathbf{M}_r \Lambda_{rr} \dot{\zeta}_r + \tilde{\mathbf{h}}_r - \Xi \xi) = \mathbf{o}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J$ がフル行ランクを持つことから、 $\text{Im}(\Lambda_{rr}) \notin \ker(\mathbf{G}_J^T)$ すなわち、 $\text{Im}(\Lambda_{rr}) \in \text{Im}(\mathbf{G}_J)$ である。このことから、 $(\mathbf{G}_J^+)^T \mathbf{G}_J^T \Lambda_{rr} = \Lambda_{rr}$ の関係が得られる。

そこで、式 (B.4) の両辺に左から $\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J$ を乗じ、 $\mathbf{G}_J \mathbf{E} = \mathbf{O}$ 、 $\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J (\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ = \mathbf{I}$ 、 $\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J \mathbf{G}_J^+ = \Lambda_{rr}^T$ 、式 (17) の関係を用いると、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{wr} (\mathbf{u}_p - \ddot{\zeta}_r) + \mathbf{M}_{wrq} (\mathbf{d}_{\zeta d} - \ddot{\zeta}_q) = \mathbf{o}, \quad (\text{B.5}) \\ & \mathbf{M}_{wr} = \Lambda_{rr}^T \mathbf{M}_r \Lambda_{rr} + \Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J \mathbf{M}_q \Lambda_{qr}, \\ & \mathbf{M}_{wrq} = \Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J \mathbf{M}_q \Lambda_{qq}. \end{aligned}$$

$\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J$ がフル行ランクを持つことから、 $\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J$ は以下のよ

$$(\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ = \mathbf{G}_J^T \Lambda_{rr} (\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J \mathbf{G}_J^T \Lambda_{rr})^{-1}. \quad (\text{B.6})$$

この関係と $\text{Im}(\Lambda_{qq}) \in \ker(\mathbf{J})$ から $\Lambda_{qq}^T (\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ = \mathbf{O}$ であることが分かる。そこで、式 (B.4) の両辺に左から Λ_{qq}^T を乗

じ、 $\Lambda_{qq}^T \mathbf{E} = \mathbf{O}$ ($\text{Im}(\mathbf{E}) \in \text{Im}(\mathbf{J}^T)$)、 $\Lambda_{qq}^T (\Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ = \mathbf{O}$ 、 $\Lambda_{qq}^T \mathbf{G}_J^+ = \mathbf{O}$ の関係を用いると以下の関係を得る。

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{wqr} (\mathbf{u}_p - \ddot{\zeta}_r) + \mathbf{M}_{wq} (\mathbf{d}_{\zeta d} - \ddot{\zeta}_q) = \mathbf{o}, \quad (\text{B.7}) \\ & \mathbf{M}_{wqr} = \Lambda_{qq}^T \mathbf{M}_q \Lambda_{qr}, \\ & \mathbf{M}_{wq} = \Lambda_{qq}^T \mathbf{M}_q \Lambda_{qq}. \end{aligned}$$

ここで、式 (2)、(3) より、以下の関係を考える。

$$\mathbf{J} \Lambda_q \dot{\zeta} = \mathbf{G}^T \Lambda_r \dot{\zeta}.$$

式 (4) と $\mathbf{J} \Lambda_{qq} = \mathbf{O}$ の関係を用いると、上の関係式は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{J} \Lambda_{qr} \dot{\zeta}_r = \mathbf{G}^T \Lambda_{rr} \dot{\zeta}_r.$$

$\dot{\zeta}_r$ は任意ゆえ、

$$\mathbf{J} \Lambda_{qr} = \mathbf{G}^T \Lambda_{rr}.$$

という関係を得る。この式の両辺に左から \mathbf{J}^+ を乗じ、 $\mathbf{J}^+ \mathbf{J} \Lambda_{qr} = \Lambda_{qr}$ ($\text{Im}(\Lambda_{qr}) \in \text{Im}(\mathbf{J}^T)$) の関係を使うと、以下の関係を得る。

$$\Lambda_{qr} = \mathbf{G}_J^T \Lambda_{rr}.$$

したがって、 \mathbf{M}_{wr} と \mathbf{M}_{wqr} は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{wr} = \Lambda_{rr}^T \mathbf{M}_r \Lambda_{rr} + \Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J \mathbf{M}_q \mathbf{G}_J^T \Lambda_{rr}, \\ & \mathbf{M}_{wqr} = \Lambda_{qq}^T \mathbf{M}_q \mathbf{G}_J^T \Lambda_{rr} = \mathbf{M}_{wrq}^T. \end{aligned}$$

この関係と式 (B.5)、(B.7) から以下の関係式を得る。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{wr} & \mathbf{M}_{wrq} \\ \mathbf{M}_{wrq}^T & \mathbf{M}_{wq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\mathbf{u}_p - \ddot{\zeta}_r) \\ (\mathbf{d}_{\zeta d} - \ddot{\zeta}_q) \end{pmatrix} \triangleq \mathbf{W} \begin{pmatrix} (\mathbf{u}_p - \ddot{\zeta}_r) \\ (\mathbf{d}_{\zeta d} - \ddot{\zeta}_q) \end{pmatrix} = \mathbf{o}. \quad (\text{B.8})$$

\mathbf{M}_{wq} が正定対称行列であることから、 \mathbf{W} は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{W} = \mathbf{W}_b \begin{pmatrix} \mathbf{W}_a & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M}_{wq} \end{pmatrix} \mathbf{W}_b^T, \\ & \mathbf{W}_a = \mathbf{M}_{wr} - \mathbf{M}_{wrq} \mathbf{M}_{wq}^{-1} \mathbf{M}_{wrq}^T, \\ & \mathbf{W}_b = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{M}_{wrq} \mathbf{M}_{wq}^{-1} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

ゆえに \mathbf{W} の行列式は以下のように与えられる。

$$\det \mathbf{W} = \det(\mathbf{M}_{wq}) \det(\mathbf{W}_a). \quad (\text{B.9})$$

\mathbf{M}_q が正定対称行列であることから、 $\mathbf{M}_q = \mathbf{B}_m^T \mathbf{B}_m$ を満たす正則行列 $\mathbf{B}_m \in \mathcal{R}^{M \times M}$ が存在する。そこで、 $\mathbf{B}_r^T = \Lambda_{rr}^T \mathbf{G}_J \mathbf{B}_m^T$ 、 $\mathbf{B}_q^T = \Lambda_{qq}^T \mathbf{B}_m^T$ とおくことにより、 \mathbf{W}_a は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{W}_a = \Lambda_{rr}^T \mathbf{M}_r \Lambda_{rr} + \mathbf{B}_r^T (\mathbf{I} - \mathbf{B}_q (\mathbf{B}_q^T \mathbf{B}_q)^{-1} \mathbf{B}_q^T) \mathbf{B}_r.$$

\mathbf{B}_r と \mathbf{B}_q は共にフルランクであることから、 $(\mathbf{B}_q^T \mathbf{B}_q)^{-1} \mathbf{B}_q^T =$

\mathbf{B}_q^+ が成り立つ。したがってこの式の第二項は非負定であることが分かる。 \mathbf{A}_{rr}^T はフル行ランクを持つことから、 $\mathbf{A}_{rr}^T \mathbf{M}_r \mathbf{A}_{rr}$ は正定である。以上の議論から、 \mathbf{W}_a が正定であることが分かる。ゆえに、式 (B.9) から、 $\det \mathbf{W} \neq 0$ である。このことから、式 (B.8) より以下の関係を得る。

$$\mathbf{u}_p = \ddot{\zeta}_r, \quad \mathbf{d}_{cd} = \ddot{\zeta}_q. \quad (\text{B.10})$$

式 (B.6) から、 $\mathbf{E}^T (\mathbf{A}_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ = \mathbf{O}$ であることが分かる。式 (B.4) の両辺に左から \mathbf{E}^T を乗じ、この関係 $\mathbf{E}^T (\mathbf{A}_{rr}^T \mathbf{G}_J)^+ = \mathbf{O}$ と式 (B.10) を用いると、以下の関係が得られる。

$$\mathbf{E}^T \mathbf{E} (\mathbf{u}_I - \tilde{\mathbf{f}}) = \mathbf{o}.$$

ここで、 $\mathbf{E}^T \mathbf{E}$ は正則であることから、

$$\mathbf{u}_I = \tilde{\mathbf{f}}. \quad (\text{B.11})$$

が得られる。

付録 C. 記号

- col : 後に続く行列またはベクトルを縦に並べたベクトルまたは行列。
- diag : 後に続く行列またはベクトルにより構成されるブロック対角行列。
- N : 指の数。
- M_i : i 番目の指の関節数 ($i = 1, 2, \dots, N$)。
- L_i : i 番目の指の接触点数 ($i = 1, 2, \dots, N$)。
- M : 総関節数 ($= \sum_{i=1}^N M_i$)。

L : 総接触点数 ($= \sum_{i=1}^N L_i$)。

D : 2/3 次元空間において 3/6。

d : 2/3 次元空間において 2/3。

Σ_R : 基準座標系。

Σ_O : 対象物に固定された対象物座標系。

C_{ij} : i 番目の指の j 番目の接触点 ($j = 1, 2, \dots, L_i$)。

$\Sigma_{C_{ij}}$: C_{ij} に固定された座標系。

$\Sigma_{F_{ij}}$: C_{ij} が存在する i 番目の指のリンク上に固定された座標系。

$\mathbf{q}_i \in \mathcal{R}^{M_i}$: i 番目の指の関節変数。

$\mathbf{p}_I \in \mathcal{R}^d$: 座標系 Σ_I ($I = O, C_{ij}, F_{ij}$) の原点位置。

$\boldsymbol{\omega}_I \in \mathcal{R}^{D-d}$: 座標系 Σ_I の回転速度。

$\boldsymbol{\nu}_{C_{ij}} \in \mathcal{R}^d$: 転がりによる接触点移動成分を取り除いた接触点速度 (転がりがないときは、 $\boldsymbol{\nu}_{C_{ij}} = \dot{\mathbf{p}}_{C_{ij}}$)。

$\mathbf{v}_I \in \mathcal{R}^D$: $(\dot{\mathbf{p}}_I^T \boldsymbol{\omega}_I^T)^T$ ($I = O, C_{ij}, F_{ij}$)。

$\Delta \mathbf{r} \in \mathcal{R}^D$: \mathbf{v}_O に対応する対象物の変位。

$\mathbf{w} \in \mathcal{R}^D$: Σ_O において対象物に加わる合力・モーメント。

$\mathbf{f}_{ij} \in \mathcal{R}^d$: C_{ij} において対象物に加えられる接触力。

$\mathbf{f} \in \mathcal{R}^{Ld}$: $(\mathbf{f}_{11}^T \mathbf{f}_{12}^T \dots \mathbf{f}_{NL_N}^T)^T$ 。

$\boldsymbol{\tau}_c \in \mathcal{R}^M$: \mathbf{f} に等価な関節トルク。

$\boldsymbol{\tau} \in \mathcal{R}^M$: 関節トルクベクトル。

$n_{f_{ij}}$: \mathbf{f}_{ij} の法線方向成分。

$t_{f_{ij},k}$: \mathbf{f}_{ij} の接線方向成分 ($k = 1, 2$)。

μ_{ij} : C_{ij} における摩擦係数。

\mathbf{M}_J : 指 ($J = q$)、対象物 ($J = r$) の慣性テンソル。

\mathbf{h}_J : 指 ($J = q$)、対象物 ($J = r$) の遠心力、コリオリ力、重力などを表す非線形項。



渡辺哲陽 (Tetsuyou Watanabe)

1974 年 4 月 3 日生。2003 年京都大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年山口大学工学部助手、2006 年講師となり、現在に至る。博士 (工学)。ロボットハンドやマイクロマニピュレーションなどの研究に従事。IEEE、日本機械学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)



江 鐘偉 (Zhongwei Jiang)

1958 年 9 月 21 日生。東北大学大学院博士後期課程修了。同年同大学工学部助手。1993 年同大学工学部助教授。1997 年米国州立ケンタッキー大学客員教授。1999 年山口大学工学部教授となり現在に至る。機械力学、メカトロニクスの研究に従事。工学博士。日本機械学会、計測自動制御学会などの会員。



原田研介 (Kensuke Harada)

1968 年 9 月 28 日生。1997 年 3 月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。博士 (工学)。同年 4 月広島大学工学部助手、2002 年 4 月独立行政法人産業技術総合研究所研究員。2005 年スタンフォード大学客員研究員。ヒューマノイドロボット、ロボットハンド、ロボットマニピュレータ等、ロボット機構の力学と制御に関する研究に興味を持つ。IEEE、計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)



吉川恒夫 (Tsuneo Yoshikawa)

1941 年 12 月 19 日生。1969 年京都大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学工学部助手。1970 年同大学工学部助教授。1986 年同大学工学部教授、1994 年組織変更により同大学工学研究科教授、2005 年立命館大学情報理工学部教授 (知能情報学科) となり現在に至る。ロボット工学、制御工学の研究に従事。工学博士。京都大学名誉教授。米国 IEEE 学会、日本ロボット学会、および日本機械学会のフェロー。計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本バーチャルリアリティ学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)