学術・技術論文

把持システムのための関節トルク・速度対ベースド可操作性

渡 辺 哲 陽*

Joint Torque-velocity Pair Based Manipulability for Grasping System

Tetsuyou Watanabe*

This paper provides a new approach of manipulability for general grasping system. While conventional manipulability is the analysis in velocity domain and can not include force effect such as gravitational force, the proposing approach can include the force effect to keep grasping. For the purpose, an operation range is introduced. The operation range is for actuator attached with every joint of robot and provides generable joint torque and velocity and their relation (between generating torque/velocity and addable velocity/torque). Using the operation range, we derive manipulability set and measure in velocity domain, including force effect. The proposing method can evaluate not only the performance in velocity domain but also effects of friction, contact state, and external forces, which were not obtained in conventional studies.

Key Words: Joint Torque-velocity Pair, Manipulability, Robot Hand, Grasping

1. は じ め に

可操作性は，ロボットマニピュレータの性能を評価する一指標としてよく知られている [1]．シングルアームマニピュレータに関しては，発生可能な関節速度の集合が与えられた場合において，発生可能な手先速度の集合として定義される．発生可能な関節速度の集合が超球として与えられた場合，手先速度の集合は楕円体として表すことができる．この楕円体は可操作性楕円体と呼ばれ，その体積は可操作度と呼ばれる．可操作度は，速度領域におけるロボットの性能を評価する指標である．この可操作度に基づき，条件数など様々な評価指標が考案されている [1]．

この概念は，ロボットハンドをはじめとする一般の拘束機構に対しても適用することができる [2]～[6]．この場合，手先速度の代わりに，対象物の速度が評価対象となる．Chiacchio ら [2] は 2 本アームシステムに対する可操作性を解析した．その後，Bicchi ら [3] がホールアームマニピュレーションを含む一般の把持システムの可操作性を解析した．また，Bicchi ら [4]，Wen ら [5]，Park ら [6] は自由関節を含む一般の拘束機構における可操作性を解析した．

把持システムでは，把持そのものが重要課題である．把持の議論は力領域で行われる一方で，可操作性の議論は速度領域で行われる．上記の拘束（把持）機構の可操作性に関する研究では，force closure [7]（任意方向に力・モーメントを作用させることができる状態）を仮定し，力領域での議論を回避していた．しかしながらその結果，解析対象となり得る把持システムは限られたものとなっていた．例えば，対象物の重さが変わっても発生できる速度が変わらないという評価になってしまっていた．把持システムではなく，閉リンク系を扱っていたと考えることもできる．したがって，正確に言えば，把持システムに対する速度領域における可操作性の解析はこれまで行われていないと言える．

そこで本研究では，把持維持を保障しながら，同時に速度領域で可操作性を議論するための新しい手法を提案する．この目的のため，ロボットの各関節に取り付けられたアクチュエータの作動範囲を導入する．アクチュエータ（モータ）は，**Fig. 1** に示すようにトルクと速度に対する作動範囲を持つ．これは，もともと，モータの選定に用いられるものである．作動範囲より，

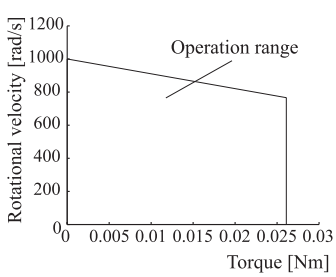


Fig. 1 Operation range for torque and velocity (maxon DC motor RE25 (20 [W]))

原稿受付 2008 年 3 月 17 日
*金沢大学大学院自然科学研究科
*Graduate School of Natural Science & Technology, Kanazawa University
■ 本論文は学術性で評価されました．

以下の事項が分かる．(1) アクチュエータがどのくらい大きなトルクと速度を安定に発生できるか．(2) 発生可能速度と発生可能トルクはどのような関係にあるか．作動範囲を用いることで，把持を維持するのに必要な関節トルクを考慮しながら，発生可能速度の大きさを評価することができる．このことは，仕事（パワー）の観点から可操作性を解析することを意味する．従来行われていなかった観点からの議論である．

まず，作動範囲と要求外力集合（REFS）[8] [9] を用いて，把持を保持するのに必要な関節トルクを導出する．ここで，REFS とは，バランスすることを求められる外力（例：重力）の集合である．この REFS を用いることで，force closure だけでなく平衡把持など一般の望みの把持を扱うことができる [10]．テーブル上の物体を単に持ち上げるなど，タスクによっては force closure を実現せずとも達成可能な場合がある．このような場合，求められる望みの把持を REFS で表すことで，タスクに応じた（場合によっては force closure を想定した場合より大きくなる）可操作性を導出することができる．次に，把持に必要な関節トルクをもとに，発生可能な速度集合を求める．この集合は可操作性楕円体に相当し，その体積は，可操作度に対応する．それぞれ，関節トルク・速度対ベースド可操作性集合（joint torque-velocity pair based manipulability set（TVMS）），関節トルク・速度対ベースド可操作度（joint torque-velocity pair based manipulability measure（TVMM））と呼ぶ．把持機構においては，対象物が環境からの拘束を受ける場合がある（例：テーブル上の物体を持ち上げる）．このような場合，評価を求められる方向は限定される．評価対象となる対象物速度の方向を限定するため，要求速度方向集合（RVDS）を導入する．RVDS とは，評価を求められる対象物速度の方向からなる集合である．

TVMS ならびに TVMM を導出するための計算量が大きい場合がある．計算において用いられる多面体が高次元で，多くの面や頂点により構成されることがあるためである．一方で，把持機構における対象物は必ずしもどの方向にも動けるとは限らない．それは対象物の持ち方に依存する．そのため，対象物をある目標軌道に沿って動かしたいなどのような場合には，動作計画が必要となる．動作計画で TVMM を用いるためには計算負荷が小さいことが望ましい．そこで，凸多面体として表される RVDS を用いることで，計算量を減らして TVMM を導出する方法を提案する．この場合，RVDS は基準となる速度で表した速度方向の集合ととらえられる．ゲージパラメータ α（≥ 0）を導入し，α 倍された RVDS が発生可能対象物速度の集合に含まれるような最大の α を求める．線形性から，RVDS の端点のみを考えればよく，計算量が軽減される．RVDS の体積は一定のため，α は可操作度に対応する．そこでこの α を関節トルク・速度対ベースド可操作度パラメータ（joint torque-velocity pair based manipulability measure parameter（TVMMP））と呼ぶ．本手法には以下のようなメリットがある．(1) 摩擦の影響を考慮できる，(2) 接触状態の影響を考慮できる，(3) 重力のような外力の影響を考慮できる．以上のようなメリットは従来研究では得られなかったものである．

動的解析に関しては，Chiacchio ら [11]，Zheng ら [12] や Fujiwara ら [13] が動的可操作性について解析している．しかしながら，仕事（パワー）の観点からは解析されていない．指先把握のみが解析対象となっている．加えて，文献 [11] の場合，把持は考えられていない．文献 [12] の場合，その複雑さゆえ，計算負荷が大きい．文献 [13] の場合，内力を固定した解析が行われている．このため，適用範囲は限られている．

本論文の構成を以下に示す．まず，対象とする系を示し，扱う問題を定義する．力の影響を考慮した可操作性を解析するため，新しい可操作度を提案する．次に，可操作性解析に必要な関係を定式化する．次いで，提案する可操作度の導出方法について述べる．最後に，本手法の有効性を示すため，数値例を示す．

2. 問 題 設 定

2.1 対象とする系

対象とする系を **Fig. 2** に示す．N 本指のロボットハンドで任意形状の剛体対象物を把握した場合の準静力学問題を扱う．使用する記号を 付録 A に示す．本論文では，以下の四つの接触状態を考慮する．(1) F-point：摩擦あり点接触，(2) L-point：摩擦なし点接触，(3) S-point：動摩擦接触点，(4) D-point：離脱点．なお，D-point にはたらく接触力は 0 とする．各接触状態，各接触点位置，各摩擦係数は既知とする．簡単のため，静止摩擦係数と動摩擦係数を区別しない，各接触点におけるすべり方向の制約 [14] [15] は考慮しない．なお，すべり方向の制約を考える必要があるとすれば，それは接触力の一部に不静定力が存在し，かつ，指と対象物の運動自由度が存在する場合である．このような場合とは，指が特異姿勢にある場合などであり，限られている．本論文では，解析の複雑化を避けるため，すべり方向の制約を考慮しない．

2.2 問題設定

本節では，いくつかの定義の後，本論文で扱う問題について述べる．

関節トルク・速度対集合（TVS）：各関節において，対応するアクチュエータの作動範囲より定まる，発生可能な関節トルク・速度の集合を関節トルク・速度対集合（joint Torque-Velocity pair Set（TVS））と呼ぶ．

アクチュエータの作動範囲は通常，関節トルクと速度の絶対値に対して与えられる．その作動範囲が，関節トルクと速度の絶対値に関して凸多面体として与えられるとすると，以下のように表すことができる．

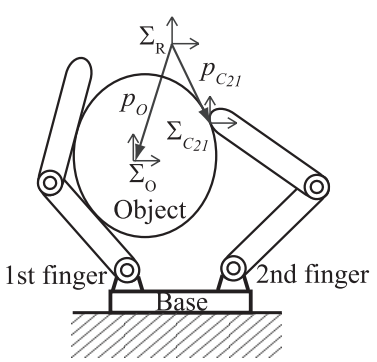


Fig. 2 Target system ($N = 2$)

$$\mathcal{S}_{tv_{ij}} = \left\{ \begin{bmatrix} |\tau_{ij}| \\ |\dot{q}_{ij}| \end{bmatrix} \middle| \begin{bmatrix} |\tau_{ij}| \\ |\dot{q}_{ij}| \end{bmatrix} = \Sigma_{k=1}^{n_{tv_{ij}}} \lambda_k \begin{bmatrix} \tau_{ij_{vk}} \\ \dot{q}_{ij_{vk}} \end{bmatrix},\ \lambda_k \geq 0, \right.$$
$$\left. \Sigma_{k=1}^{n_{tv_{ij}}} \lambda_k = 1 \right\} (j = 1, 2, \cdots, M_i,\ i = 1, 2, \cdots, N). \tag{1}$$

なお，$\mathcal{S}_{tv_{ij}}$ は，原点，τ_{ij} 軸上，$\dot{q}_{ij}$ 軸上に端点を持つものとする．

関節トルクと速度の正負両方の値を用いる場合，$\mathcal{S}_{tv_{ij}}$ は，関節トルクと速度に関して必ずしも凸多面体で表されるとは限らない（**Fig. 3** 参照）．これを解決するため，$\tau_{ij_{max}}$（関節トルクの最大値），$\tau_{ij_{min}}$（関節トルクの最小値），$\dot{q}_{ij_{max}}$（関節速度の最大値），$\dot{q}_{ij_{min}}$（関節速度の最小値）の四つの変数を導入する．τ_{ij}，$\dot{q}_{ij}$ の代わりに，これら四つの変数に関して凸多面体を構成することを考える．すると，式（1）は以下のように表すことができる．

$$\mathcal{S}_{tv_{ij}} = \left\{ \boldsymbol{x}_{ij} | \tau_{ij_{min}} \leq \tau_{ij} \leq \tau_{ij_{max}},\ \dot{q}_{ij_{min}} \leq \dot{q}_{ij} \leq \dot{q}_{ij_{max}}, \right.$$
$$\begin{bmatrix} \tau_{ij_{max}} \\ \dot{q}_{ij_{max}} \end{bmatrix} \in \mathcal{S}_{tv_{ij}}^{++}, \quad \begin{bmatrix} \tau_{ij_{max}} \\ \dot{q}_{ij_{min}} \end{bmatrix} \in \mathcal{S}_{tv_{ij}}^{+-}$$
$$\left. \begin{bmatrix} \tau_{ij_{min}} \\ \dot{q}_{ij_{max}} \end{bmatrix} \in \mathcal{S}_{tv_{ij}}^{-+}, \quad \begin{bmatrix} \tau_{ij_{min}} \\ \dot{q}_{ij_{min}} \end{bmatrix} \in \mathcal{S}_{tv_{ij}}^{--} \right\}, \tag{2}$$

ただし，

$$\mathcal{S}_{tv_{ij}}^{\mathrm{s}_1\mathrm{s}_2} = \left\{ \begin{bmatrix} \tau_{ij} \\ \dot{q}_{ij} \end{bmatrix} \middle| \begin{bmatrix} \tau_{ij} \\ \dot{q}_{ij} \end{bmatrix} = \Sigma_{k=1}^{n_{tv_{ij}}} \lambda_k \begin{bmatrix} \mathrm{s}_1 \tau_{ij_{vk}} \\ \mathrm{s}_2 \dot{q}_{ij_{vk}} \end{bmatrix}, \right.$$
$$\left. \Sigma_{k=1}^{n_{tv_{ij}}} \lambda_k = 1,\ \lambda_k \geq 0 \right\} (\mathrm{s}_1,\ \mathrm{s}_2 \in \{+, -\}).$$

式（2）をすべての関節に関してまとめると，次式を得る．

$$\mathcal{S}_{tv} = \{\boldsymbol{x} | \boldsymbol{x}_{ij} \in \mathcal{S}_{tv_{ij}}{}^{\forall} i, j\}. \tag{3}$$

把持機構においては，対象物が環境からの拘束を受ける場合がある（例：テーブル上の物体を持ち上げる）．このような場合，評価を求められる方向は限定される．そこで評価することを求めれられる対象物速度の方向のみを考慮するため，要求速度集合（RVDS）を導入する．

要求速度方向集合（RVDS）：評価することを求めれられる対象物速度の方向からなる集合を要求速度方向集合（Required Velocity Direction Set（RVDS））と呼ぶ．

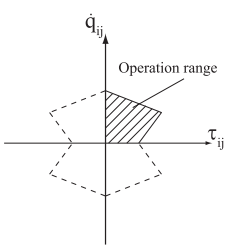


Fig. 3 Case when $\mathcal{S}_{tv_{ij}}$ does not constitute a convex polyhedron with respect to τ_{ij} and $\dot{q}_{ij}$

RVDS は凸多面錐として与えられるものとする．

$$\mathcal{S}_{rvd} = \{\dot{\boldsymbol{r}} | \boldsymbol{A}_{rvd} \dot{\boldsymbol{r}} \leq \boldsymbol{o}\}, \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{A}_{rvd} \in \mathcal{R}^{n_{rvd} \times D}$ である．

対象物には，重力や環境からの反力のような外力がはたらく．これら外力の影響を考慮するため，REFS を導入する．

Required External Force Set（REFS）：バランスすることを求められる外力（例：重力）の集合を要求外力集合（Required External Force Set（REFS））と呼ぶ．

REFS は凸多面体として与えられるものとする．

$$\mathcal{S}_{ref} = \{\boldsymbol{w}_{ex} | \boldsymbol{w}_{ex} = \Sigma_{i=1}^{n_{ref}} \lambda_i \boldsymbol{w}_{v_i},\ \Sigma_{i=1}^{n_{ref}} \lambda_i = 1,\ \lambda_i \geq 0\}. \tag{5}$$

以上の定義をもとに，以下の問題を考える．

問題 1：$\mathcal{S}_{tv}$，$\mathcal{S}_{rvd}$，$\mathcal{S}_{ref}$ が与えられているものとする．このとき，$\mathcal{S}_{ref}$ に含まれる任意の $\boldsymbol{w}_{ex}$ をバランスできる状態において，$\mathcal{S}_{ov} \subseteq \mathcal{S}_{rvd}$ を満足する発生可能な対象物速度の集合 $\mathcal{S}_{ov}$ を求めよ．

$\mathcal{S}_{ov}$ は，従来の可操作性楕円体に対応する．また，その体積は可操作度に対応する．そこで，$\mathcal{S}_{ov}$ とその体積をそれぞれ，関節トルク・速度対ベースド可操作性集合（joint Torque-Velocity pair based Manipulability Set（TVMS）），関節トルク・速度対ベースド可操作度（joint Torque-Velocity pair based Manipulability Measure（TVMM））と呼ぶ．

3. 基礎式の定式化

3.1 運動学

接触点 C_{ij} に関して，$\boldsymbol{p}_{C_{F_{ij}}}$ の速度と $\boldsymbol{q}_i$ の速度の間の関係，ならびに $\boldsymbol{p}_{C_{O_{ij}}}$ の速度と $\boldsymbol{r}$ の速度の間の関係はそれぞれ以下のように表される．

$$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}} = \boldsymbol{J}_{ij} \dot{\boldsymbol{q}}_i, \quad \dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}} = \boldsymbol{G}_{ij}^T \dot{\boldsymbol{r}}. \tag{6}$$

ここで $\boldsymbol{J}_{ij} \in \mathcal{R}^{d \times M_i}$ はヤコビ行列であり，

$$\boldsymbol{G}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} \\ [(\boldsymbol{p}_{C_{O_{ij}}} - \boldsymbol{p}_o)\times] \end{bmatrix}$$

である．$\boldsymbol{I}$ は単位行列を，$[\boldsymbol{a}\times]$ は外積演算（$[\boldsymbol{a}\times]\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$）に等価な歪対称行列を表している．

接触・拘束状態にしたがって，$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}$ と $\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}}$ の関係を導出する．接触点 C_{ij} が F-point の場合，以下のように表される．

$$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}} - \dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}} = \boldsymbol{o}.$$

ここで，$\boldsymbol{o}$ は零ベクトルを表す．接触点 C_{ij} が ι 番目の F-point であるとして，L_a（$= \Sigma_{k=1}^{k=i-1} L_k + j$）番目の項が $\boldsymbol{I}$ で他は零行列の行列

$$\boldsymbol{H}_{f_\iota} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O}_{d \times (L_a - 1)d} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O}_{d \times (L - L_a)d} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{d \times Ld}$$

を考える．ただし，$\boldsymbol{O}_{a\times b}$ は $a\times b$ の零行列を表す．この行列を用いて，すべての F-point に関してまとめると，以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{H}_f(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_F}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_O})=\boldsymbol{o}, \tag{7}$$
$$\boldsymbol{H}_f=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{f_1}\\ \vdots\\ \boldsymbol{H}_{f_{L_F}}\end{bmatrix}.$$

接触点 C_{ij} が S-point の場合，接触法線方向と接線方向に分けて考える．法線方向に関して，$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}$ と $\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}}$ の関係は，以下のように表すことができる．

$$\boldsymbol{n}_{ij}^T(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}})=\boldsymbol{o}.$$

なお，C_{ij} が L-point である場合も同じ関係となる．接触点 C_{ij} が ι 番目の S-point（または κ 番目の L-point）であるとして，L_a（$=\Sigma_{k=1}^{k=i-1}L_k+j$）番目の項が $\boldsymbol{n}_{ij}^T$ で他は零ベクトルのベクトル

$$\boldsymbol{h}_{sn_\iota}^T=\begin{bmatrix}\boldsymbol{o}_{(L_a-1)d}^T & \boldsymbol{n}_{ij}^T & \boldsymbol{o}_{(L-L_a)d}^T\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{1\times Ld}$$
$$\boldsymbol{h}_{nn_\kappa}^T=\begin{bmatrix}\boldsymbol{o}_{(L_a-1)d}^T & \boldsymbol{n}_{ij}^T & \boldsymbol{o}_{(L-L_a)d}^T\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{1\times Ld}$$

を考える．ただし，$\boldsymbol{o}_a$ は a 要素からなる零ベクトルを表す．このベクトルを用いて，すべての S-point，L-point に関してまとめると，以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{H}_{sn}(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_F}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_O})=\boldsymbol{o}, \tag{8}$$
$$\boldsymbol{H}_{sn}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_{sn_1}^T\\ \vdots\\ \boldsymbol{h}_{sn_{L_S}}^T\\ \boldsymbol{h}_{nn_1}^T\\ \vdots\\ \boldsymbol{h}_{nn_{L_L}}^T\end{bmatrix}.$$

接触点 C_{ij} が ι 番目の S-point である場合，その S-point の接線方向に関して，$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}$ と $\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}}$ の関係を以下のように表す．

$$\boldsymbol{T}_{ij}(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}})\triangleq-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s_\iota}}.$$

L_a（$=\Sigma_{k=1}^{k=i-1}L_k+j$）番目の項が $\boldsymbol{T}_{ij}$ で他は零行列の行列

$$\boldsymbol{H}_{s_\iota}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}_{d-1\times(L-1)d} & \boldsymbol{T}_{ij} & \boldsymbol{O}_{d-1\times(L-L_a)d}\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{d-1\times Ld}$$

を考える．このベクトルを用いて，すべての S-point に関してまとめると，以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{H}_s(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_F}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_O})\triangleq-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}, \tag{9}$$
$$\boldsymbol{H}_s=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{s_1}\\ \vdots\\ \boldsymbol{H}_{s_{L_S}}\end{bmatrix}.$$

接触点 C_{ij} が D-point の場合，$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}$ と $\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}}$ の関係は，以下のように表される．

$$\boldsymbol{n}_{ij}^T(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{F_{ij}}}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{O_{ij}}})\le\boldsymbol{o}.$$

接触点 C_{ij} が ι 番目の D-point であるとして，L_a（$=\Sigma_{k=1}^{k=i-1}L_k+j$）番目の項が $\boldsymbol{n}_{ij}^T$ で他は零ベクトルのベクトル

$$\boldsymbol{h}_{d_\iota}^T=\begin{bmatrix}\boldsymbol{o}_{(L_a-1)d}^T & \boldsymbol{n}_{ij}^T & \boldsymbol{o}_{(L-L_a)d}^T\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{1\times Ld}$$

を考える．このベクトルを用いて，すべての D-point に関してまとめると，以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{H}_d(\dot{\boldsymbol{p}}_{C_F}-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_O})\le\boldsymbol{o}, \tag{10}$$
$$\boldsymbol{H}_d=\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_{d_1}^T\\ \vdots\\ \boldsymbol{h}_{d_{L_D}}^T\end{bmatrix}.$$

今，式（7）〜（10）で表される関係をもとに，以下の行列を考える．

$$\boldsymbol{J}=\mathrm{diag}\begin{bmatrix}\mathrm{col}\left[\boldsymbol{J}_{F_{1j}}\right] & \cdots & \mathrm{col}\left[\boldsymbol{J}_{F_{Nj}}\right]\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{Ld\times M},$$
$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{11} & \boldsymbol{G}_{12} & \cdots & \boldsymbol{G}_{NL_N}\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{D\times Ld},$$
$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{J} & -\boldsymbol{G}^T\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{Ld\times(M+D)},$$
$$\boldsymbol{H}_c=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_f\\ \boldsymbol{H}_{sn}\end{bmatrix}\in\mathcal{R}^{L_c\times Ld},$$
$$\boldsymbol{A}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{A}\in\mathcal{R}^{L_k\times(M+D)}\ (k\in\{c,s,d\}).$$

以上の行列を用いて，以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{A}_c\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T\end{bmatrix}^T=\boldsymbol{o}, \tag{11}$$
$$\boldsymbol{A}_d\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T\end{bmatrix}^T\le\boldsymbol{o}, \tag{12}$$
$$\boldsymbol{A}_s\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T\end{bmatrix}^T=-\dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}. \tag{13}$$

3.2 関節トルク・接触力・合力・モーメントの関係

まず，F-point，L-point，S-point の法線方向について考える．式（11）と仮想仕事の原理より，以下の関係を得る．

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}_c\\ -\boldsymbol{w}_c\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}_c^T\boldsymbol{f}_c=\begin{bmatrix}\boldsymbol{J}_c^T\\ -\boldsymbol{G}_c\end{bmatrix}\boldsymbol{f}_c. \tag{14}$$

次に，S-point の接線方向について考える．式（13）と仮想仕事の原理より，以下の関係を得る．

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}_s\\ -\boldsymbol{w}_s\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}_s^T\boldsymbol{f}_s=\begin{bmatrix}\boldsymbol{J}_s^T\\ -\boldsymbol{G}_s\end{bmatrix}\boldsymbol{f}_s. \tag{15}$$

ここで，$\boldsymbol{f}_s$ について考える．C_{ij} が ι 番目の S-point の場合，クーロン摩擦を仮定すると，C_{ij} にはたらく動摩擦力 $\boldsymbol{f}_{s_\iota}$ は，以下のように表せる．

$$\boldsymbol{f}_{s_\iota}=-\mu_{ij}n_{f_{ij}}\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_{s_\iota}}. \tag{16}$$

ただし，$\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_{s_\iota}}=\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s_\iota}}/|\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s_\iota}}|$ である．すべての S-point につい

てまとめると，式（16）は以下のようになる．

$$\boldsymbol{f}_s = \mathrm{col}\left[\boldsymbol{f}_{s_{ij}}\right] = \boldsymbol{W}_s \boldsymbol{f}_c, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{W}_s = \left[\begin{array}{ccc} \boldsymbol{O}_{L_s \times L_F d} & \mathrm{diag}\left[-\mu_{ij}\hat{\boldsymbol{p}}_{C_{sij}}\right] & \boldsymbol{O}_{L_s \times L_L} \end{array}\right].$$

式（17）より，式（15）は以下のように表せる．

$$\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{\tau}_s \\ -\boldsymbol{w}_s \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \boldsymbol{J}_s^T \\ -\boldsymbol{G}_s \end{array}\right] \boldsymbol{W}_s \boldsymbol{f}_c. \tag{18}$$

指の重力項を $\boldsymbol{g}_f$ とおくと，式（14），（18）より，総関節トルク $\boldsymbol{\tau}$ は以下のように表せる．

$$\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{J}_c^T + \boldsymbol{J}_s^T \boldsymbol{W}_s)\boldsymbol{f}_c + \boldsymbol{g}_f. \tag{19}$$

また，対象物に加わる合力・モーメント $\boldsymbol{w}$ は以下のように表すことができる．

$$\boldsymbol{w} = (\boldsymbol{G}_c + \boldsymbol{G}_s \boldsymbol{W}_s)\boldsymbol{f}_c. \tag{20}$$

3.3 摩擦条件

動摩擦については先に述べたため，ここでは，静摩擦について述べる．F-point における摩擦条件は以下のように表せる．

$$\mathcal{F}_{fij} = \{\boldsymbol{f}_{ij} \mid |\boldsymbol{T}_{ij}\boldsymbol{f}_{ij}| \leq \mu_{ij} n_{f_{ij}},\, n_{f_{ij}} \geq 0\}. \tag{21}$$

L-point ならびに S-point の法線方向における摩擦条件は以下のように表せる．

$$\mathcal{F}_{nij} = \{n_{f_{ij}} | n_{f_{ij}} \geq 0\}. \tag{22}$$

式（21），式（22）をすべての F-point，S-point，L-point に対してまとめると，以下の関係を得る．

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = \{\boldsymbol{f}_c | \boldsymbol{f}_{ij} \in \mathcal{F}_{fij},\ {}^{\forall}C_{ij}\text{which is F-point,} \\ n_{f_{ij}} \in \mathcal{F}_{nij},\ {}^{\forall}C_{ij}\text{which is L or S-point}\}. \end{aligned} \tag{23}$$

4. 関節トルク・速度対ベースド可操作性

まず，S-point がない場合について述べ，次いで S-point が存在する場合について述べる．

4.1 S-point が存在しない場合

まず，REFS に含まれる外力をバランスし，把持を維持するのに必要な関節トルクを考える．

摩擦条件（21）を，摩擦円錐に内接する n_{fric} 辺からなる凸多面錘で近似する [16]．すると，式（23）は以下のように表される．

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{lin} = \{\boldsymbol{f}_c | \boldsymbol{V}_{ij}\boldsymbol{f}_{ij} \leq \boldsymbol{o},\ {}^{\forall}C_{ij}\text{which is F-point,} \\ n_{f_{ij}} \geq 0,\ {}^{\forall}C_{ij}\text{which is L or S-point}\} \end{aligned} \tag{24}$$

ただし，$\boldsymbol{V}_{ij} \in \mathcal{R}^{n_{fric} \times d}$ である．

式（19），（24）から，REFS の端点の一つである $\boldsymbol{w}_{v_i}$ をバランスする接触力 $\boldsymbol{f}_{cv_i}$ は，$\boldsymbol{G}_c \boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{w}_{v_i} = \boldsymbol{o}$，$\boldsymbol{f}_{cv_i} \in \mathcal{F}_{lin}$ を満足しなければならない．式（19）より，$\boldsymbol{f}_{cv_i}$ に対応する関節トルク $\boldsymbol{\tau}_{v_i}$ は，$\boldsymbol{\tau}_{v_i} = \boldsymbol{J}_c^T \boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{g}_f$ と表される．この関節トルク $\boldsymbol{\tau}_{v_i}$ は，TVS に含まれなければならない，式（3）よりこの条件は，$\boldsymbol{x}_{v_i} \in \mathcal{S}_{tv}$ と表される．ただし，$\boldsymbol{x}_{v_i} = [\boldsymbol{\tau}_{v_i}^T\ \boldsymbol{\tau}_{max}^T\ \boldsymbol{\tau}_{min}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{max}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{min}^T]^T$ である．以上より，REFS の端点の一つである $\boldsymbol{w}_{v_i}$ を TVS に含まれる関節トルクでバランスするためには，以下の関係を満足しなければならない．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{v_i} \in \mathcal{S}_{tv}, \quad \boldsymbol{\tau}_{v_i} = \boldsymbol{J}_c^T \boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{g}_f, \\ \boldsymbol{G}_c \boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{w}_{v_i} = \boldsymbol{o}, \quad \boldsymbol{f}_{cv_i} \in \mathcal{F}_{lin}. \end{aligned} \tag{25}$$

式（25）で表される拘束は，$\boldsymbol{w}_{v_i}$ をバランスしながら発生することができる関節速度に関する拘束ととらえることができる．一方で，REFS は凸多面体であり，拘束（25）はすべて線形である．よって，REFS の各端点に関する拘束（25）をすべて満足する集合を考えると，それは，任意の $\boldsymbol{w}_{ex} \in \mathcal{S}_{ref}$ が対象物に加わったとしても，発生可能な関節速度の集合となる．ゆえに，式（11），（12），（25）より，$\mathcal{S}_{ov}$ は以下のように表すことができる．

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ov} = \Bigg\{\dot{\boldsymbol{r}} | \boldsymbol{A}_c \left[\begin{array}{cc} \dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T \end{array}\right]^T = \boldsymbol{o},\ \boldsymbol{A}_d \left[\begin{array}{cc} \dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T \end{array}\right]^T \leq \boldsymbol{o}, \\ \boldsymbol{x}_{v_i} \in \mathcal{S}_{tv},\ \boldsymbol{\tau}_{v_i} = \boldsymbol{J}_c^T \boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{g}_f,\ \boldsymbol{G}_c \boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{w}_{v_i} = \boldsymbol{o}, \\ \boldsymbol{f}_{cv_i} \in \mathcal{F}_{lin}\ (i = 1, 2, \cdots, n_{ref})\Bigg\}. \end{aligned} \tag{26}$$

$\mathcal{S}_{ov}$ を構成する等式，不等式はすべて線形であり，$\boldsymbol{\tau}$ と $\dot{\boldsymbol{q}}$ は（$\mathcal{S}_{tv}$ より）有界であるから，$\dot{\boldsymbol{r}}$ の集合 $\mathcal{S}_{ov}$ は，凸多面体である．

$\mathcal{S}_{ov}$ はその端点を用いて，以下のように表すことができる．

$$\mathcal{S}_{ov} = \{\dot{\boldsymbol{r}} | \dot{\boldsymbol{r}} = \Sigma_{i=1}^{n_{s_{ov}}} \lambda_i \dot{\boldsymbol{r}}_{ovi},\ \Sigma_{i=1}^{n_{s_{ov}}} \lambda_i = 1,\ \lambda_i \geq 0\}. \tag{27}$$

ただし，$\dot{\boldsymbol{r}}_{ovi}$ は，$\mathcal{S}_{ov}$ の i 番目の端点を，$n_{s_{ov}}$ は端点の数を表している．この表現は，V-表示（V-representation）[17] と呼ばれる．この変換は，凸包のためのピボッティングアルゴリズム [18] などにより，実行可能である．

$\int$ を γ 次元空間のシンプレックス，$\boldsymbol{v}_{si}$（$i = 0, \cdots, \gamma$）をその端点とおく．この場合，シンプレックスの体積は以下のようにして計算できる．

$$V(\int) = |\,[\boldsymbol{v}_{s1} - \boldsymbol{v}_{s0}\ \boldsymbol{v}_{s2} - \boldsymbol{v}_{s0}\ \cdots\ \boldsymbol{v}_{s\gamma} - \boldsymbol{v}_{s0}]\,|/(\gamma!). \tag{28}$$

したがって，$\mathcal{S}_{ov}$ をシンプレックスに分割できれば，$\mathcal{S}_{ov}$ の体積を求めることができる．その分割を行う有名な方法の一つが，ドロネー三角分割を用いた三角分割法 [17] [19] である．$\int_i$（$i = 1, \cdots, n_{s_{sov}}$）を $\mathcal{S}_{ov}$ を分割したシンプレックスとすると，$\mathcal{S}_{ov}$ の体積 $V_{s_{ov}}$（TVMM）は以下のように計算される．

$$V_{s_{ov}} = \Sigma_{i=1}^{n_{s_{sov}}} V(\int_i). \tag{29}$$

以上の TVMM を導出する過程をまとめると，以下のようになる．

(1) 式（26）をもとに，$\mathcal{S}_{ov}$ を定式化し，式（27）で表される V-表示形式に変換する．

(2) ドロネー三角分割などを用いて，$\mathcal{S}_{ov}$ をシンプレックスに分割する．
(3) 各シンプレックスの体積を計算する．
(4) 式（29）を用いて TVMM を算出する．

指や関節数などが多い場合，考慮すべき多面体が高次元となるため，式（27）で表される V-表示形式への変換ならびに TVMM の導出には時間がかかる．なお，考慮すべき多面体の変数は，$[(\mathrm{col}[\boldsymbol{f}_{cv_i}])^T\ (\mathrm{col}[\boldsymbol{\tau}_{v_i}])^T\ \boldsymbol{\tau}_{max}^T\ \boldsymbol{\tau}_{min}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{max}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{min}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}^T\ \dot{\boldsymbol{r}}^T]^T$ で表されるゆえ，その次元を Z とすると，$Z=(5+n_{ref})M+n_{ref}Ld+D$ と表すことができる．ただし，Z の次元を減らすことができる場合もある．例えば，接触力の次元が関節トルクの次元と同じか小さい場合，接触力を関節トルクで完全に表すことができるため，$Z=(5+n_{ref})M+D$ となる．ピボッティングアルゴリズム（式（27）導出）の計算量は $\mathrm{O}(mnZ)$ である．ただし，m は凸多面体を構成する不等式の数を（式（26）の等式は不等式拘束に変換できることに注意されたい），n は得られた凸多面体の端点の数（式（27）の場合 $n=n_{s_{ov}}$）を表している．ドロネー三角分割に関しては，多面体の次元が l で固定されている場合，$\mathrm{O}(n^{\frac{l}{2}})$ で計算されるインクリメンタルアルゴリズムが存在する [17]．以上から，指や関節数などが多い場合，また，高次元の場合，計算に時間がかかることが分かる．なお，式（29）を用いた TVMM の計算は，TVMS が全次元的（full dimensional）である場合のみ可能である．

先に述べたように，動作計画が必要で，動作計画で TVMM を用いるためには計算負荷が小さいことが望ましい．そこで，計算負荷を軽減するため，凸多面体で表される RVDS を用いることを考える．

$$\mathcal{P}_{rvd}=\{\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}|\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}=\Sigma_{i=1}^{n_{v_{rvd}}}\lambda_i\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_i},\ \Sigma_{i=1}^{n_{v_{rvd}}}\lambda_i=1,\ \lambda_i\geq 0\}. \tag{30}$$

ただし，$\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}$ は対象物の速度方向を表す．速度方向は，原点とその他の点により定まるため，$\mathcal{P}_{rvd}$ に原点が必ず含まれることに注意されたい．この場合，RVDS は基準となる速度で表した速度方向の集合ととらえられる．この RVDS を用いるため，2.2 節で設定した問題 1 を以下のように修正する．

問題 2：$\mathcal{S}_{tv}$，$\mathcal{S}_{rvd}$，$\mathcal{S}_{ref}$ が与えられているものとする．$\mathcal{S}_{ref}$ に含まれる任意の $\boldsymbol{w}_{ex}$ をバランスできる状態において，発生可能な対象物速度の集合 $\mathcal{S}_{ov}$ を考える．このとき，$\alpha\mathcal{P}_{rvd}\subseteq\mathcal{S}_{ov}$ を満たす最大の $\alpha(>0)$ を求めよ．

$\mathcal{P}_{rvd}$ を α 倍したものは可操作度に対応することから，α は TVMM を評価するための指標としてとらえることができる．そこで，この α を関節トルク・速度対ベースド可操作度パラメータ（joint Torque-Velocity pair based Manipulability Measure Parameter（TVMMP））と呼ぶ．

REFS の端点の一つ $\boldsymbol{w}_{v_k}$ をバランスしながら，RVDS の端点の一つ $\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ の方向に対象物速度を発生させることを考える．式（26）より，発生可能速度の最大値は以下の問題を解くことにより得られる．

$$\begin{aligned}&\alpha_{k\iota}=\max_{\boldsymbol{y}}\quad\alpha\\ &\text{subject to}\qquad \alpha\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}=\dot{\boldsymbol{r}}\in\mathcal{S}_1.\end{aligned} \tag{31}$$

ただし，

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_1=\Big\{&\dot{\boldsymbol{r}}|\boldsymbol{A}_c\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T\end{bmatrix}^T=\boldsymbol{o},\ \boldsymbol{A}_d\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T\end{bmatrix}^T\leq\boldsymbol{o},\\ &\boldsymbol{x}\in\mathcal{S}_{tv},\ \boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{J}_c^T\boldsymbol{f}_c+\boldsymbol{g}_f,\ \boldsymbol{G}_c\boldsymbol{f}_c+\boldsymbol{w}_{v_k}=\boldsymbol{o},\\ &\boldsymbol{f}_c\in\mathcal{F}_{lin}\Big\}\end{aligned}$$

である．

問題（31）の拘束はすべて線形であり，RVDS と REFS は共に凸多面体ゆえ，RVDS と REFS の各端点に関して問題（31）を解くことを考えればよい．すべての端点 $\boldsymbol{w}_{v_k}$ ならびに $\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ に関して得られた解 $\alpha_{k\iota}$ の中で最小となるものが TVMMP である．ゆえに，問題 2 は以下のように記述できる．

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{w}_{v_k}\in\mathcal{S}_{ref},\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}\in\ \mathcal{P}_{rvd}}\ \max_{\boldsymbol{y}}\ \alpha\\ &\text{subject to}\qquad \alpha\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}=\dot{\boldsymbol{r}}\in\mathcal{S}_1\end{aligned} \tag{32}$$

この問題は以下のように解くことができる．

(1) 問題（31）を各 $\boldsymbol{w}_{v_k}$，各 $\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ に関して解く（$k=1,2,\cdots,n_{ref}$, $\iota=1,2,\cdots,n_{v_{rvd}}$）．問題（31）は線形計画法などで解くことができる．

(2) $\boldsymbol{w}_{v_k}$ と $\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ の各組み合わせに対して解 $\alpha_{k\iota}$ が得られたら，得られた解の中で最小となる値（$\min_{k,\iota}\alpha_{k\iota}$）が全体の解すなわち，TVMMP となる．一つでも解のない組み合わせが存在する場合，解は存在しない．

補足 1：問題（31）において，$\boldsymbol{w}_{v_k}$ と $\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ のある組み合わせに対する解 $\alpha_{k\iota}$ を得た場合，それは，$\boldsymbol{w}_{v_k}$ をバランスしながら，$\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ の方向に 0 から $\alpha_{k\iota}$ の大きさの対象物速度を発生できることを意味する．$\alpha_{k\iota}$ を与える $\boldsymbol{y}$ の要素のうち，$\boldsymbol{f}_c$，$\boldsymbol{\tau}$，$\boldsymbol{\tau}_{max}$，$\boldsymbol{\tau}_{min}$，$\dot{\boldsymbol{q}}_{max}$，$\dot{\boldsymbol{q}}_{min}$ の各値を固定する一方で，他の要素 $\dot{\boldsymbol{q}}$，$\dot{\boldsymbol{r}}$，α（$=\alpha_{k\iota}$）を ϵ（$0\leq\epsilon\leq 1$）倍する．

$$\boldsymbol{y}\rightarrow\boldsymbol{y}_\epsilon=[\boldsymbol{f}_c^T\ \boldsymbol{\tau}^T\ \boldsymbol{\tau}_{max}^T\ \boldsymbol{\tau}_{min}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{max}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{min}^T\ \epsilon\dot{\boldsymbol{q}}^T\ \epsilon\dot{\boldsymbol{r}}^T\ \epsilon\alpha_{k\iota}]^T. \tag{33}$$

問題（31）の拘束はすべて線形であり，$\dot{q}_{ij_{min}}\leq\epsilon\dot{q}_{ij_{min}}\leq\epsilon\dot{q}_{ij}\leq\epsilon\dot{q}_{ij_{max}}\leq\dot{q}_{ij_{max}}$ であるから，$\boldsymbol{y}_\epsilon$ に関する拘束はすべて満たされる．

補足 2：α^* を得られた全体の解（TVMMP）とする．補足 1 と問題（32）の拘束の線形性から，$\epsilon\alpha^*$ の大きさの対象物速度は，$\mathcal{S}_{rvd}$ に含まれる任意方向において発生可能である．

補足 3：$\mathcal{P}_{rvd}$ の端点の一つ $\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_i}$ が $\boldsymbol{o}$ の場合について考える．問題（31）が $\boldsymbol{o}$ の方向に関して解を持つなら，その解は ∞ である．ゆえに解があるかないかは判断できるが，実際の解を求めることは困難である．補足 1 で述べたように，ある解 $\alpha_{k\iota}$ が得られたら，それは，$\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$ の方向に大きさ 0 の対象物速度を発生できることを意味する．このことはまた，$\boldsymbol{o}$ の方向に関して対象物速度を発生できることを意味する．したがって，$\mathcal{P}_{rvd}$ が $\boldsymbol{o}$ のみで構成される場合を除いて，$\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_i}=\boldsymbol{o}$ 方向に関しての計算を省略することができる．

補足 4：先の TVMMP 導出手順（1）において得られた $\alpha_{k\iota}$ を用いて，発生可能な対象物速度の分布を構成できる．その分布

は，$\min_k \alpha_{k\iota}\,\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota}$（$\iota = 1, 2, \cdots, n_{v_{rvd}}$）を端点とする凸多面体である．

補足 5：先の TVMMP 導出手順（2）において全体の解が得られなくとも，補足 4 で述べた分布から，どの方向に，どれだけの大きさの対象物速度を発生できるかを知ることができる．

4.2 S-point が存在する場合

この場合，関節速度を発生させることにより，対象物速度だけでなく，接触点でのすべり速度も発生する．本論文では，ある方向に指をすべらせた（すべり方向を特定した）場合に着目し，この場合において，どの方向にどれだけの大きさの対象物速度を発生できるかを導出する．すべり方向を $\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s} = \dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}/|\dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}|$ と表す．

動摩擦の存在のため，すべりならびに動摩擦にかかわる項・拘束を付加しなければならない．式（13），（19），（20）より，$\mathcal{S}_{ov}$（26）は以下のようになる．

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{ov} = \Big\{ &\dot{\boldsymbol{r}} | \boldsymbol{A}_c \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T \end{bmatrix}^T = \boldsymbol{o},\ \boldsymbol{A}_d \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T \end{bmatrix}^T \leq \boldsymbol{o}, \\ &\boldsymbol{A}_s \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}^T & \dot{\boldsymbol{r}}^T \end{bmatrix}^T = -\rho \hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s},\ \boldsymbol{x}_{v_i} \in \mathcal{S}_{tv},\ \boldsymbol{f}_{cv_i} \in \mathcal{F}_{lin}, \\ &\boldsymbol{\tau}_{v_i} = (\boldsymbol{J}_c^T + \boldsymbol{J}_s^T \boldsymbol{W}_s)\boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{g}_f, \\ &(\boldsymbol{G}_c + \boldsymbol{G}_s \boldsymbol{W}_s)\boldsymbol{f}_{cv_i} + \boldsymbol{w}_{v_i} = \boldsymbol{o}\ (i = 1, 2, \cdots, n_{ref}) \Big\}. \end{aligned} \tag{34}$$

ただし，ρ は $\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$ 方向のすべり速度の大きさを表している．$\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$ が特定されており，それゆえ各 $\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_{s\iota}}$ もまた特定されているため，$\boldsymbol{W}_s$ は一定である．よって，$\mathcal{S}_{ov}$ は凸多面体である．ゆえに，4.1 節で述べた場合と同様に，$\mathcal{S}_{ov}$ は V-表示によって表すことができ，その体積は式（28）と式（29）を用いて導出することができる．一方，問題 2（32）は以下のように記述できる．

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{w}_{v_k} \in \mathcal{S}_{ref}, \hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota} \in \mathcal{P}_{rvd}} \ \max_{\boldsymbol{y}_s} \quad \alpha \\ \text{subject to} \quad &\alpha \hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{v_\iota} = \dot{\boldsymbol{r}} \in \mathcal{S}_2 \end{aligned} \tag{35}$$

ただし，

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_2 = \Big\{ &\dot{\boldsymbol{r}} | \boldsymbol{A}_c \left[\dot{\boldsymbol{q}}^T \quad \dot{\boldsymbol{r}}^T\right]^T = \boldsymbol{o},\ \boldsymbol{A}_d \left[\dot{\boldsymbol{q}}^T \quad \dot{\boldsymbol{r}}^T\right]^T \leq \boldsymbol{o}, \\ &\boldsymbol{A}_s \left[\dot{\boldsymbol{q}}^T \quad \dot{\boldsymbol{r}}^T\right]^T = -\rho \hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s},\ (\boldsymbol{G}_c + \boldsymbol{G}_s \boldsymbol{W}_s)\boldsymbol{f}_c + \boldsymbol{w}_{v_k} = \boldsymbol{o}, \\ &\boldsymbol{x} \in \mathcal{S}_{tv},\ \boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{J}_c^T + \boldsymbol{J}_s^T \boldsymbol{W}_s)\boldsymbol{f}_c + \boldsymbol{g}_f,\ \boldsymbol{f}_c \in \mathcal{F}_{lin} \Big\} \end{aligned}$$

である．4.1 節で述べた手順と同様の手順でこの問題を解くことができる．

5. 数 値 例

本手法の有効性を示すため，数値例を示す．**Fig. 4** に対象となる系を示す．Σ_R を Fig. 4 に示す状態における対象物とベースの間の接触点におく．Σ_O を対象物の幾何学的中心におく．対象物は半径 0.1 [m] の球である．ロボットハンドは，四つの関節を持ち同じ構造からなる 4 本の指により構成される．各リンクの長さを 0.1 [m] とし，各リンクの重心はその幾何学的中心と一致するものとする．各リンクの質量を 0.051 [kg] とする．各関節に取り付けられたアクチュエータはすべて同じものとし，1/40 の減速比を持つギアが取り付けてあるものとする．アクチュエータの作動範囲は，Fig. 1 に示すものを用いる．指の根元位置は $[-0.1\ \ -0.05\ 0]^T$，$[0.05\ 0.1\ 0]^T$，$[0.05\ 0\ 0]^T$，$[0.05\ \ -0.1\ 0]^T$ とする．摩擦円錐は，16 辺からなる摩擦凸多面錘により近似する．

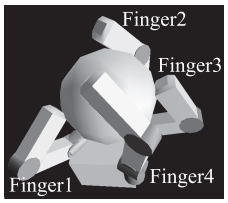


Fig. 4 Target system in numerical examples

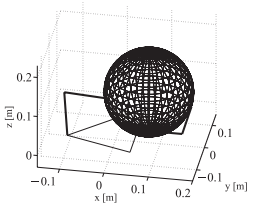


Fig. 5 Case 1

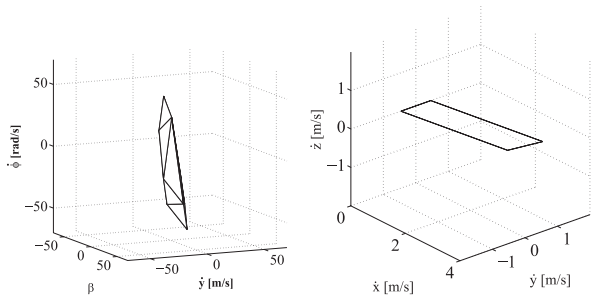
まず，**Fig. 5** に示す場合に関して問題 1 を考える．簡単のため，指 1 と指 3 で対象物を把持することを考える．指 3 上には二つの接触点が，指 1 上には一つの接触点がある．Σ_O は $[0.075\ 0\ 0.1]^T$ においた．指 1 と指 3 の指先に近い接触点位置はそれぞれ $[-0.022\ 0\ 0.074]^T$，$[0.171\ 0\ 0.072]^T$ である．指 3 上の残りの接触点位置は $[0.075\ 0\ 0]^T$ である．摩擦係数はすべて 0.3 とした．RVDS は用いず，REFS を以下のようにおいた．

$$\mathcal{S}_{ref} = \{\boldsymbol{w}_{ex} | \boldsymbol{w}_{ex} = [0\ 0\ \ -mg\ \ 0\ 0\ 0]^T\}. \tag{36}$$

$mg = 1$ [N] とおいた．

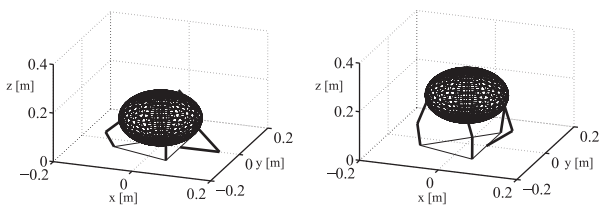
すべての接触点が F-point である場合を考える．得られた TVMS を **Fig. 6** (a) に示す．$\dot{\boldsymbol{r}}$ の要素を $[\dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}\ \dot{\phi}\ \dot{\psi}\ \dot{\theta}]^T$ で表す．また，$\beta = [0.697\ 0\ \ -0.174\ 0\ 0.697\ 0]\dot{\boldsymbol{r}}$ なる β を設定する．すると，TVMS は，$[\beta\ \dot{y}\ \dot{\phi}\ \dot{\theta}]^T$ で表される空間に含まれる．すなわち，TVMS は全次元的（full dimensional）ではない．集合の全体を示すことはできないため，Fig. 6 (a) では，$\dot{\theta} = 0$ へと写像した集合を示している．結果より，発生可能な対象物速度の方向は幾何学的拘束により限定されていることが分かる．また，特定の方向に対して大きな速度を発生できることが分かる．TVMM は $0\,[\mathrm{m^3 rad^3/s^6}]$ である．なお，対象物の半径の長さをもとに，$\dot{\boldsymbol{r}}$ に $\mathrm{diag}\,[10\,[/\mathrm{m}]\ 10\,[/\mathrm{m}]\ 10\,[/\mathrm{m}]\ 1\,[-]\ 1\,[-]\ 1\,[-]]$ を乗じて単位をそろえた上で，先に示した四次元空間において TVMM を計算すると，TVMM は $8.4\,[10^5/\mathrm{s}^4]$ となった．

以上の場合，回転を含まずに発生できる並進速度の方向は y 方向のみであった．そこで，三つある F-point のうち一つを S-point に変更することによって，他の並進方向へ速度を発生できないか調べる．指 3 の根元に近い接触点を S-point に変更する場合を考える．すべり方向 $\boldsymbol{H}_s^T \hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$（$\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$ の方向を分かりやすく示すため，$\boldsymbol{H}_s^T$ を乗じている）を $[1\ 0\ 0\ ]^T$ とする．並進方向のみを考慮するため，RVDS を $\dot{\phi} = \dot{\psi} = \dot{\theta} = 0$ とおく．得られた TVMS を Fig. 6 (b) に示す．Fig. 6 (b) から，y 方向以外の方向にも速度が発生できることが分かる．ただし，すべての並進方向に速度を発生できるわけではない．すべり方向が $\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$ であるため，$\dot{x} > 0$，$\dot{z} > 0$ の方向のみにしか対象物速度を発生できない．



(a) (b)

Fig. 6 TVMS: (a) when all contact points are F-points, (b) when contact point on Finger 3 closer to the base is S-point



(a) (b)

Fig. 7 Case 2: (a) initial state, (b) final state

次に，指の配置，摩擦，外力の影響を確認するため，**Fig. 7** に示すように z 方向正に対象物を動かす場合について問題 2 を考える．指 1，指 3 上の接触点を F-point とする．指 2，指 4 上の接触点を S-point または L-point とする．ベース上の接触点があるならそれを D-point とする．初期状態における，指，ベース上の接触点位置を $[-0.077\ \ -0.038\ 0.086]^T$，$[0.033\ 0.083\ 0.14]^T$，$[0.097\ 0\ 0.074]^T$，$[0.033\ \ -0.083\ 0.14]^T$，$[0\ 0\ 0]^T$ とおく．対象物の動作に合わせて，$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}$ が $\boldsymbol{A}_s\ [(\boldsymbol{J}_c^+\boldsymbol{G}_c^T)^T\boldsymbol{I}]^T\ [0\ 0\ 1]^T$ に平行になるように $\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$ を設定する．REFS は Case 1 と同じ REFS（36）を用いる．RVDS を以下のようにおく．

$$\begin{aligned}
&\mathcal{P}_{rvd} = \{\hat{\boldsymbol{r}} | \hat{\boldsymbol{r}} = \Sigma_{i=1}^{5}\lambda_i\hat{\boldsymbol{r}}_{vi},\ \Sigma_{i=1}^{5}\lambda_i = 1,\ \lambda_i \geq 0\},\\
&\hat{\boldsymbol{r}}_{v1} = [1\ 1\ 1\ \ 0\ 0\ 0]^T,\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v2} = [1\ \ -1\ 1\ \ 0\ 0\ 0]^T,\\
&\hat{\boldsymbol{r}}_{v3} = [1\ \ -1\ 1\ \ 0\ 0\ 0]^T,\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v4} = [-1\ \ -1\ 1\ \ 0\ 0\ 0]^T, \hat{\boldsymbol{r}}_{v5} = \boldsymbol{o}.
\end{aligned} \tag{37}$$

ただし，$\hat{\boldsymbol{r}}_{v5}$ は $\boldsymbol{o}$ ゆえ，計算においては省くことができる．

Fig. 7 に示すように，対象物が初期状態から最終状態へと動く際の TVMMP を計算した．結果を **Fig. 8** に示す．横軸は Σ_O の z 座標を，縦軸は，TVMMP（α）を表している．

Fig. 8 より，対象物が z 方向正に移動するにつれ，TVMMP が一端大きくなった後で小さくなることが分かる．初期状態付近では，各指（特に指 1 と指 3）の姿勢が，各接触点において，どの方向に対しても大きな速度と力を発生できるような状態にあるため，TVMMP が大きくなったと考えられる．一方，最終状態付近では，各指は伸ばしきった姿勢に近い姿勢をとる．このため，TVMMP が比較的小さくなったと考えられる．一方で，指 2 ならびに指 4 の接触点が S-point である場合と L-point である場合において TVMMP の値にほとんど差がないことが分かる．指に冗長性があることが，一因と考えられる．

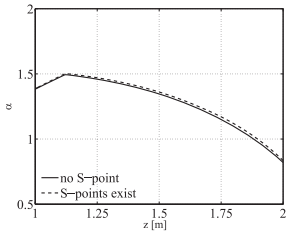
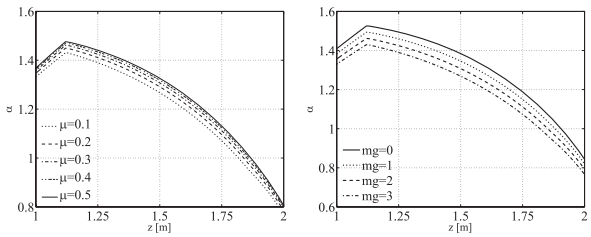


Fig. 8 TVMMP (α). The solid line denotes the results when the contact points on Finger 2 and 4 are L-points, and the dash line denotes the results when the contact points on Finger 2 and 4 are S-points



(a) (b)

Fig. 9 TVMMP (α) for (a) various frictional coefficients and (b) various magnitudes of the external force

摩擦と外力の影響を確認するため，様々な摩擦係数，様々な外力の大きさに関して TVMMP を計算した．なお，指 2 と指 4 の接触点は L-point として計算を行った．摩擦係数は，0.1，0.2，0.3，0.4，0.5 と変化させ（外力は $mg = 2$ に固定），外力は，$mg = 0$，1.，2.，3. と変化させた（摩擦係数は 0.3 に固定）．

摩擦係数を変化させた場合の結果を **Fig. 9** (a) に，外力の大きさを変化させた場合の結果を Fig. 9 (b) に示す．

Fig. 9 (a) から，摩擦係数が大きくなるにつれ TVMMP が大きくなることが分かる．摩擦係数が大きくなると，作用させることができる接触力の範囲が広がる．このため，外力をバランスするのに必要な関節トルクが小さくなり，その結果，発生可能な対象物速度が大きくなったと考えられる．

Fig. 9 (b) より，外力の大きさが大きくなるにつれ，TVMMP が小さくなることが分かる．外力が大きくなると，把持を保持するために必要な関節トルクが大きくなる．このため，発生可能な対象物速度が小さくなったと考えられる．

最後に計算時間について考慮する．本研究では，matlab（mathworks）を用いて計算を行った．使用した PC の CPU は CoreTM Solo U1300（1.06 [GHz]・ULV）である．Fig. 5 に示す Case 1 の場合，問題 1 に関して，かかった計算時間は CPU 時間で 0.19 [s] であった．この結果をもとに，RVDS を以下のようにおいて問題 2 を計算した．

$$\begin{aligned}
&\mathcal{P}_{rvd} = \{\hat{\boldsymbol{r}} | \hat{\boldsymbol{r}} = \Sigma_{i=1}^{8}\lambda_i\hat{\boldsymbol{r}}_{vi},\ \Sigma_{i=1}^{8}\lambda_i = 1,\ \lambda_i \geq 0\},\\
&\hat{\boldsymbol{r}}_{v1} = [0\ 1\ 0\ \ 0\ 0\ 0]^T,\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v2} = -\hat{\boldsymbol{r}}_{v1},\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v3} = [0\ 0\ 0\ \ 1\ 0\ 0]^T,\\
&\hat{\boldsymbol{r}}_{v4} = -\hat{\boldsymbol{r}}_{v3},\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v5} = [0\ 0\ 0\ \ 0\ 1\ 0]^T,\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v6} = -\hat{\boldsymbol{r}}_{v5},\\
&\hat{\boldsymbol{r}}_{v7} = \beta,\ \hat{\boldsymbol{r}}_{v8} = -\beta.
\end{aligned}$$

かかった計算時間は CPU 時間で 0.26 [s] であった．Fig. 7 (a) に示す Case 2 の初期状態において計算時間を調べた．RVDS

を使用せずに問題 1 を解いた場合は CPU 時間で 129 [s]，問題 2 を解いた場合は CPU 時間で 0.20 [s] かかった．

以上より，指の数が多いなど，考慮すべき多面体の次元が大きい場合，問題 2 を用いるほうが，計算時間を短縮できる．考慮すべき多面体の次元が大きくない場合は，問題 1 を用いても短時間で解を得ることができる．

6. お わ り に

本論文では，一般の把持システムの可操作性を評価する新しい手法を提案した．この手法では，関節に取り付けられている各アクチュエータの作動範囲を用いることで，従来では考慮されていなかった，把持の影響を考慮しながら可操作性を評価することができる．作動範囲をもとに発生可能な関節トルク・速度集合 TVS（joint Torque-Velocity pair Set），バランスすることを要求される外力の集合 REFS（Required External Force Set），対象物速度の望みの方向からなる集合 RVDS（Required Velocity Direction Set）を定義した．これらの三つの集合を用い，望みの把持を維持しながら，評価したい方向に関して，どれだけの大きさの対象物速度を発生できるかを評価する関節トルク・速度対ベースド可操作性集合を導出した．その集合の体積を関節トルク・速度対ベースド可操作度と呼び，その導出方法を導いた．また，計算量軽減の観点から，RVDS を凸多面体として与え，それに基づく関節トルク・速度対ベースド可操作度を導出した．

数値例では，従来法ではできなかった，摩擦の影響，接触状態の影響，外力の影響を，本手法では取り入れながら可操作性を評価できることを示した．

参 考 文 献

[1] 吉川：ロボット制御基礎論．コロナ社, 1988.

[2] P. Chiacchio, S. Chiaverini, L. Sciavicco and B. Siciliano: “Global task space manipulability ellipsoids for multiple-arm systems,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.7, no.5, pp.678–685, 1991.

[3] A. Bicchi, C. Melchiorri and D. Balluchi: “On the mobility and manipulability of general multiple limb robots,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.11, no.2, pp.215–228, 1995.

[4] A. Bicchi and D. Prattichizzo: “Manipulability of cooperating robots with unactuated joints and closed-chain mechanisms,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.16, no.4, pp.336–345, 2000.

[5] J.T. Wen and L.S. Wilfinger: “Kinematic manipulability of general constrained rigid multibody systems,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.15, no.3, pp.558–567, 1999.

[6] F.C. Park and J.W. Kim: “Manipulability and singularity analysis of multiple robot systems: A geometric approach,” Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1032–1037, 1998.

[7] V. Nguyen: “Constructing force-closure grasps,” The International Journal of Robotics Research, vol.7, no.3, pp.3–16, 1988.

[8] T. Watanabe and T. Yoshikawa: “Optimization of grasping by using a required external force set,” Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1127–1132, 2003.

[9] T. Watanabe and T. Yoshikawa: “Optimization of grasping an object by using required acceleration and equilibrium-force sets,” Proc. of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pp.338–343, 2003.

[10] T. Watanabe and T. Yoshikawa: “Grasping optimization using a required external force set,” IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol.4, no.1, pp.52–66, 2007.

[11] P. Chiacchio, S. Chiaverini, L. Sciavicco and B. Siciliano: “Task space dynamic analysis of multiarm system configurations,” The International Journal of Robotics Research, vol.10, no.6, pp.708–715, 1991.

[12] X.Z. Zheng, N. Tomochika and T. Yoshikawa : “Dynamic manipulability of multiple robotic mechanisms in coordinated manipulation,” Proceedings of IFToMM-jc International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms, pp.147–152, 1992.

[13] M. Fujiwara, Y. Yokokohji and T. Yoshikawa: “Guideline for designing haptic master hands based on dynamic mulifingered manipulability,” Proc. the 11th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, pp.77–84, 2003.

[14] 小俣：“多指ハンドによる 3 次元つりあい把持のための指先計算アルゴリズム”，計測自動制御学会論文集，vol.27, no.10, pp.1152–1158, 1991.

[15] 小俣， P. Daengtamai：“パワーグラスプの不静定把持力計算法”，日本ロボット学会誌，vol.19, no.7, pp.874–881, 2001.

[16] J. Kerr and B. Roth: “Analysis of multifingered hands,” The International Journal of Robotics Research, vol.4, no.4, pp.3–17, 1986.

[17] K. Fukuda: Frequently Asked Questions in Polyhedral Computation. 2004[Online]. Available: http://www.ifor.math.ethz.ch/~fukuda/polyfaq/polyfaq.html.

[18] D. Avis and K. Fukuda: “A pivoting algorithm for convex hulls and vertex enumeration of arrangements and polyhedra,” Discrete & Computational Geometry, vol.8, pp.295–313, 1992.

[19] K. Fukuda: cdd/cdd+ Reference Manual. 1999[Online]. Available: http://www.ifor.math.ethz.ch/~fukuda/cdd_home/index.html

付録 A. 記 号

col：カッコ内要素により構成される列ベクトルまたは行列．

diag：カッコ内要素により構成されるブロック対角行列．

N：指の数．

M_i：i 番目の指の関節数（$i = 1, 2, \cdots, N$）．

L_i：i 番目の指の接触点数．

M：全関節数（$= \Sigma_{i=1}^{N} M_i$）．

L：全接触点数（$= \Sigma_{i=1}^{N} L_i$）．

D：二次元では 3，三次元では 6．

d：二次元では 2，三次元では 3．

Σ_R：基準座標系．

Σ_O：対象物に固定された対象物座標．

$\mathcal{S}_{tv_{ij}}$：各関節における TVS（$j = 1, 2, \cdots, M_i$，$i = 1, 2, \cdots, N$）．

τ_{ij}：i 番目の指の j 番目の関節トルク（$j = 1, 2, \cdots, M_i$，$i = 1, 2, \cdots, N$）．

q_{ij}：i 番目の指の j 番目の関節角度（$j = 1, 2, \cdots, M_i$，$i = 1, 2, \cdots, N$）．

$\tau_{ij_{vk}}$：（≥ 0）$\mathcal{S}_{tv_{ij}}$ の k 番目の端点のトルク要素．

$\dot{q}_{ij_{vk}}$：（≥ 0）$\mathcal{S}_{tv_{ij}}$ の k 番目の端点の速度要素．

$n_{tv_{ij}}$：$\mathcal{S}_{tv_{ij}}$ の端点の数．

$\tau_{ij_{max}}$：（≥ 0）関節トルク τ_{ij} の最大値．

$\tau_{ij_{min}}$：(≤ 0) 関節トルク τ_{ij} の最小値.
$\dot{q}_{ij_{max}}$：(≥ 0) 関節速度 $\dot{q}_{ij}$ の最大値.
$\dot{q}_{ij_{min}}$：(≤ 0) 関節速度 $\dot{q}_{ij}$ の最小値.
$\boldsymbol{x}_{ij}$：$= [\tau_{ij}\ \tau_{ij_{max}}\ \tau_{ij_{min}}\ \dot{q}_{ij}\ \dot{q}_{ij_{max}}\ \dot{q}_{ij_{min}}]^T$.
$\mathcal{S}_{tv}$：各関節における TVS をまとめた TVS.
$\boldsymbol{x}$：$=\mathrm{col}[\boldsymbol{x}_{ij}]$.
$\mathcal{S}_{rvd}$：RVDS.
$\boldsymbol{r}$：Σ_O ($\in \mathcal{R}^D$) の位置姿勢.
$\boldsymbol{A}_{rvd}$：$\mathcal{S}_{rvd}$ を構成する不等式拘束を表す行列.
n_{rvd}：$\boldsymbol{A}_{rvd}$ の行の数.
$\mathcal{S}_{ref}$：REFS.
$\boldsymbol{w}$：対象物に作用する合力・モーメント ($\in \mathcal{R}^D$).
$\boldsymbol{w}_{ex}$：外力・モーメント ($\in \mathcal{R}^D$).
$\boldsymbol{w}_{vi}$：$\mathcal{S}_{ref}$ の i 番目の端点.
n_{ref}：$\mathcal{S}_{ref}$ の端点の数.
$\mathcal{S}_{ov}$：TVMS.
C_{ij}：i 番目の指の j 番目の接触点 ($j = 1, \cdots, L_i,\ i = 1, \cdots, N$).
$\Sigma_{C_{F_{ij}}}$：C_{ij} に対応する指上の接触点に固定された座標系.
$\Sigma_{C_{O_{ij}}}$：C_{ij} に対応する対象物上の接触点に固定された座標系.
$\boldsymbol{p}_{I_{ij}}$：$\Sigma_{I_{ij}}$ の原点位置 ($I \in \{C_F, C_O\}$) ($\in \mathcal{R}^d$).
$\boldsymbol{q}_i$：$= [q_{i1}\ q_{i2}\ \cdots\ q_{iM_i}]^T$ ($\in \mathcal{R}^{M_i}$).
$\boldsymbol{p}_O$：Σ_O の原点位置 ($\in \mathcal{R}^d$).
L_a：$= \Sigma_{k=1}^{k=i-1} L_k + j$.
L_K：K-point の数 ($K \in \{\mathrm{F, L, S, D}\}$).
$\dot{\boldsymbol{p}}_I$：$= [\boldsymbol{p}_{I_{11}}^T\ \cdots\ \boldsymbol{p}_{I_{NL_N}}^T]^T$ ($I \in \{C_F, C_O\}$) ($\in \mathcal{R}^{Ld}$).
$\boldsymbol{n}_{ij}$：C_{ij} における対象物内向き単位法線ベクトル.
$\boldsymbol{t}_{k_{ij}}$：C_{ij} における接線ベクトル ($k \in \{1, 2\}$).
$\boldsymbol{T}_{ij}$：$= [\boldsymbol{t}_{1_{ij}}\ \boldsymbol{t}_{2_{ij}}]^T$ ($\in \mathcal{R}^{d-1\times d}$). 二次元空間では, $[\boldsymbol{t}_{1_{ij}}]^T$.
$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s\iota}}$：$\iota$ 番目の S-point におけるすべり速度.
$\dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}$：$=\mathrm{col}[\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s\iota}}]$.
L_c：$= L_F d + L_L + L_S$.
L_s：$= L_S(d-1)$.
L_d：$= L_D$.
$\boldsymbol{q}$：$= \mathrm{col}\ [\boldsymbol{q}_i]$ ($\in \mathcal{R}^M$).
$\boldsymbol{H}_c$：F-point, L-point, S-point の法線方向に関する選択行列.
$\boldsymbol{H}_s$：S-point の接線方向に関する選択行列.
$\boldsymbol{H}_d$：D-point に関する選択行列.
$\boldsymbol{J}$：$\dot{\boldsymbol{q}}$ と $\dot{\boldsymbol{p}}_{C_F}$ の関係を表すヤコビ行列.
$\boldsymbol{G}$：$\dot{\boldsymbol{r}}$ と $\dot{\boldsymbol{p}}_{C_O}$ の関係を表すグラスプ行列.
$\boldsymbol{A}$：$= [\boldsymbol{J}\ \ -\boldsymbol{G}^T]$.
$\boldsymbol{A}_k$：$= \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{A}$ ($k \in \{c, s, d\}$).
$\boldsymbol{J}_k$：$= \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{J}$ ($k \in \{c, s, d\}$).
$\boldsymbol{G}_k$：$= \boldsymbol{G}\boldsymbol{H}_k^T$ ($k \in \{c, s, d\}$).
$\boldsymbol{f}_{ij}$：接触力ベクトル ($\in \mathcal{R}^d$).
$\boldsymbol{f}$：$=\mathrm{col}[\boldsymbol{f}_{ij}] \in \mathcal{R}^{Ld}$.
$\boldsymbol{f}_k$：$= \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{f} = \mathrm{col}[\boldsymbol{f}_{k_{ij}}]$ ($k \in \{c, s\}$).
$\boldsymbol{\tau}$：$= \mathrm{col}\ [\tau_{ij}]$ ($\in \mathcal{R}^M$).
$\boldsymbol{\tau}_k$：$\boldsymbol{f}_k$ に対応する $\boldsymbol{\tau}$ ($k \in \{c, s\}$).
$\boldsymbol{w}_k$：$\boldsymbol{f}_k$ により対象物に作用する合力・モーメント ($k \in \{c, s\}$).
$n_{f_{ij}}$：$\boldsymbol{f}_{ij}$ の法線方向成分 ($= \boldsymbol{n}_{ij}^T \boldsymbol{f}_{ij}$).
μ_{ij}：C_{ij} における摩擦係数.
$\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_{s\iota}}$：$= \dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s\iota}} / |\dot{\boldsymbol{p}}_{C_{s\iota}}|$.
$\boldsymbol{W}_s$：$\boldsymbol{f}_s$ と $\boldsymbol{f}_c$ の関係を表す行列 ($\boldsymbol{f}_s = \boldsymbol{W}_s \boldsymbol{f}_c$).
$\boldsymbol{g}_f$：指の重力項.
$\mathcal{F}_{lin}$：線形化された摩擦条件を表す集合.
$\boldsymbol{\tau}_{max}$：$= \mathrm{col}[\tau_{ij_{max}}]$.
$\boldsymbol{\tau}_{min}$：$= \mathrm{col}[\tau_{ij_{min}}]$.
$\dot{\boldsymbol{q}}_{max}$：$= \mathrm{col}[\dot{q}_{ij_{max}}]$.
$\dot{\boldsymbol{q}}_{min}$：$= \mathrm{col}[\dot{q}_{ij_{min}}]$.
$\mathcal{P}_{rvd}$：凸多面体により表される RVDS .
$\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}$：対象物速度の方向.
$\hat{\dot{\boldsymbol{r}}}_{vi}$：$\mathcal{P}_{rvd}$ の i 番目の端点.
$n_{v_{rvd}}$：$\mathcal{P}_{rvd}$ の端点の数.
$\boldsymbol{y}$：$= [\boldsymbol{f}_c^T\ \boldsymbol{\tau}^T\ \boldsymbol{\tau}_{max}^T\ \boldsymbol{\tau}_{min}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{max}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}_{min}^T\ \dot{\boldsymbol{q}}^T\ \dot{\boldsymbol{r}}^T\ \alpha]^T$.
$\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$：$= \dot{\boldsymbol{p}}_{C_s} / |\dot{\boldsymbol{p}}_{C_s}|$.
ρ：$\hat{\dot{\boldsymbol{p}}}_{C_s}$ 方向におけるすべり速度の大きさ.
$\boldsymbol{y}_s$：$= [\boldsymbol{y}^T\ \rho]^T$.

渡辺哲陽 (Tetsuyou Watanabe)
2003 年京都大学大学院工学研究科博士後期課程修了. 同年山口大学工学部助手, 2006 年講師, 2007 年金沢大学大学院自然科学研究科講師となり, 現在に至る. 博士 (工学). ロボットハンドやマイクロマニピュレーションなどの研究に従事. IEEE, 日本機械学会などの会員. (日本ロボット学会正会員)