学術・技術論文

能動受動混合拘束の力学

渡辺哲陽*1 原田研介*2 江 鐘偉*1 吉川恒夫*3

Mechanics of Hybrid Active/Passive-Closure Grasps

Tetsuyou Watanabe*1, Kensuke Harada*2, Zhongwei Jiang*1 *and* Tsuneo Yoshikawa*3

In this paper, we discuss the directions of active and passive force closures in hybrid active/passive-closure grasps. At first, we define the directions and derive the corresponding generalized force/displacement sets. Then, we show the directions of active and passive parts are orthogonal to each other. We also discuss the magnitudes of the internal forces in the manipulation of the object. In hybrid active/passive-closure grasps, there exist two kinds of magnitudes of internal forces. One is the magnitude which changes if the object moves and the geometry of the fingers changes. Such a magnitude has to be controlled. The other is the one which does not change even when the object moves. We only have to fix the joint torque component corresponding to such a magnitude. We derive the two kinds of magnitudes.

Key Words: Active/Passive Force Closure, Grasping, Internal Forces

1. はじめに

ロボットハンドは，工業用製品の組立て，ホームロボットによる家事労働，ロボット介護など様々な場面での使用が期待される汎用手先効果器である．これらの場面では，対象物を把持し操ることが求められる．把持はロボットハンドにとって重要な基本作業の一つであり，force closure という概念が提案されている [1]．しかしながら，force closure には次の 2 通りの解釈方法がある [2]．“把持対象物に対して，ロボットハンドにより任意の力・モーメントを作用させることができる”．“どんな外力・モーメントが加わろうとも，関節トルクを変更せずにその外力・モーメントを打ち消し，対象物を静止させることができる”．前者は，ロボットハンドにより任意の方向に対象物を動かすことができることに相当する．後者は，パワーグラスプ [3] の概念に相当する．この定義のあいまいさを取り除くため，吉川 [4] は前者の概念を能動力拘束，後者の概念を受動力拘束と呼んでいる．

一般に，人間の作業においてよく見られるのは，これら能動力拘束と受動力拘束が混ざった形態の把持である．吉川 [4] は，このような把持形態を能動受動混合拘束と呼んでいる．しかしながら，これまで，能動力拘束や受動力拘束を維持するために対象物に加えられる一般化力の方向や大きさについては議論されていなかった．本研究では，能動・受動力拘束に対応する一般化変位・力の集合を導出する．これにより，能動力拘束に対応する方向については，その方向に対象物を動かす場合に発生可能な一般化力の大きさを与えることができ，また，受動力拘束に対応する方向については，把握が外乱によって壊れないような一般化力の大きさを与えることができる．さらに，能動受動混合拘束においては，能動力拘束の方向と受動力拘束の方向が，互いに干渉するのか，あるいは干渉せずに直交しているのかが，重要な問題である．吉川 [4] は，例として挙げた把持システムにおいて，能動力拘束の方向と受動力拘束の方向が直交することを示唆しているが，一般的な把握系については議論されていない．それに対して，本研究では一般的な把握系に対して能動力拘束の方向と受動力拘束の方向が直交することを示す．

一方で，能動力拘束や受動力拘束を維持するために対象物に加えられる一般化力の方向や大きさにかかわるものに内力がある．能動力拘束下では，対象物を操作する際，内力の方向が変わるため，安定把持維持用に（摩擦条件を満足するため），内力を制御する．受動力拘束下では，関節トルクを固定したままで対象物を把持する．対象物に加わる外力に対し，関節トルクを変更せずともそれを相殺するような力が自動的にはたらくためである．（平衡状態においてはたらく）内力は，その自動的に相殺できる外力の大きさにかかわる．本論文では，能動受動混合

原稿受付 2005 年 5 月 9 日
*1山口大学工学部
*2産業技術研究所
*3立命館大学情報理工学部
*1Faculty of Engineering, Yamaguchi University
*2National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
*3College of Information Science and Engineering, Ritsumeikan University

拘束下における，特に対象物を動かす場合の，内力の扱い方について考察する．両方の性質を持つこの拘束下では，ある内力成分は制御が必要な一方で，ある内力成分は対応する関節トルクを固定すればよいと考えられる．そこで，本論文ではさらに，能動受動混合拘束を含む一般の把持システムにおいて，能動力拘束方向に対象物を動かす際，制御しなければならない内力成分と，対応する関節トルクを固定すればよい内力成分について解析する．

本論文の構成は以下の通りである．まず，対象とする系を示し，能動力拘束方向，受動力拘束方向を定義する．次いで，それぞれに対応する一般化変位・力集合を導出し，能動・受動部分が互いに直交することを示す．さらに，能動受動混合拘束下の対象物を操る場合において，制御が必要な内力成分と対応する関節トルクを固定すればよい内力成分を導出する．

1.1 関連研究

force closure に二つの解釈があることを指摘したのは Trinkle [2] である．その後，吉川がそれら二つの概念を能動・受動力拘束と呼んだ [4]．現在のところ，これら能動・受動力拘束は別々に分けて研究されている．

能動力拘束に関しては，Li ら [5]，Cole ら [6]，横小路ら [7] がそれぞれ点接触，転がり接触，ソフトフィンガー型接触の場合の，物体操りのための制御アルゴリズムを提案している．さらに，Cole ら [8]，Zheng ら [9] がすべり接触の場合の物体操りのための制御アルゴリズムを提案している．原田らは複数対象物把持において，能動力拘束を解析し [10]，物体操りのための制御アルゴリズムを提案している [11]．一般の把持システムにおける能動力拘束を研究したものとしては，以下のものが挙げられる．Trinkle ら [12] は二次元において，すべり接触する対象物を包み込み把握する場合の操り計画を行っている．Bicchi ら [13] は可操作性について解析している．しかしながら force closure を前提とした解析であり，対象物に加えられる一般化力の大きさに関しては議論されていない．原田らは [14]Envelope Family の概念を提示し，そのシステムにおいて物体を操るための十分条件を提示している．Park ら [15] は与えられた関節トルク，（物体に加わる）外力・モーメントに対して，動力学・摩擦条件を満足する接触力と加速度を導出している．

なお，能動力拘束には二つの解釈があることに注意されたい．一つはロボットハンドが任意方向に対象物を動かすことができる，もう一つは，force closure の概念そのものに対応し，受動力拘束の必要条件であるが十分条件ではない [16]，である．本論文では，先に吉川 [4] により示された定義に基づいて以下のように定義し，混乱を避ける．

能動力拘束（Active force closure）：ロボットハンドによって対象物に任意の合力・モーメントを加えることができ，対象物の平衡を維持するためにはロボットハンドによる合力・モーメントの印加が必要な場合，その把持を能動力拘束と呼ぶ．

一方で，受動力拘束（パワーグラスプ）はロバストネス，不静定力解析，接触力配分，関節トルクの最適化などの観点から研究されている [16]～[24]．

一般の多くの把持システムは能動と受動の両方の性質を同時に持っている．近年，筆者らのみがこれら両方の性質を同時に着目して研究している [25]．しかしながら，得られた結果はまだ限られている．本論文では，能動・受動部分に対応する一般化変位・力集合の導出し，能動・受動部分の直交性を示すとともに，対象物移動時の内力の解析を行う．

2. 対象とする系と定義

2.1 対象とする系

対象とする系を **Fig. 1** に示す．N 本指のロボットハンドで，任意形状の剛体対象物を把持する場合を考える．このとき，以下の仮定を置く．(1) ロボットハンドは対象物と摩擦あり点接触をする．また，滑り接触は生じないものとする．(2) 各接触点において，接触法線ベクトルは一意に定まるものとする．(3) ロボットハンドの各指の各リンクには，最高でも一つの接触点しか存在しない．(4) 接触点の数は変化しない．また，接触点の離脱は生じない．

また，以下の記号を定義する．

N：指の数．
M_i：i 番目の指の関節数 $(i=1,2,\cdots,N)$．
L_i：i 番目の指の接触点数．
M：総関節数 $(=\Sigma_{i=1}^{N}M_i)$．
L：総接触点数 $(=\Sigma_{i=1}^{N}L_i)$．
D：二（三）次元空間において 3(6)．
d：二（三）次元空間において 2(3)．
Σ_R：基準座標系．
Σ_O：対象物に固定された対象物座標系．
$\Sigma_{C_{ij}}$：i 番目の指の j 番目の接触点 $C_{ij}(j=1,2,\cdots,L_i)$ に固定された座標系．
$\boldsymbol{q}_i\in\mathcal{R}^{M_i}$：$i$ 番目の指の関節変数．
$\boldsymbol{p}_I\in\mathcal{R}^{d}$：座標系 $\Sigma_I(I=O,C_{ij},F_{ij})$ の原点位置．
$\boldsymbol{r}\in\mathcal{R}^{D}$：$\Sigma_O$ の位置姿勢を表すベクトル．
$\boldsymbol{w}\in\mathcal{R}^{D}$：$\Sigma_O$ において対象物に加わる合力・モーメント．
$\boldsymbol{f}_{ij}\in\mathcal{R}^{d}$：$C_{ij}$ において対象物に加えられる接触力．
$\boldsymbol{f}\in\mathcal{R}^{Ld}$：$(\boldsymbol{f}_{11}^T\ \boldsymbol{f}_{12}^T\ \cdots\ \boldsymbol{f}_{NL_N}^T)^T$．
$\boldsymbol{\tau}\in\mathcal{R}^{M}$：関節トルクベクトル．
$n_{f_{ij}}$：$\boldsymbol{f}_{ij}$ の法線方向成分．
$t_{f_{ij},k}$：$\boldsymbol{f}_{ij}$ の接線方向成分 $(k=1,2)$．
μ_{ij}：C_{ij} における摩擦係数．

2.2 定義

能動受動混合拘束下にあるシステムにおける，能動部分（能動力拘束空間）と受動部分（受動力拘束空間）を解析するため，以下の定義を行う．

能動力拘束空間（Space of Active Force Closure (SAFC)）：ロボットハンドにより拘束されている対象物の一般化変位空間を考える．この一般化変位空間において，その対象物に対してロボットハンドが正の仕事を行うことのできる方向を能動力拘束方向（Direction of Active Force Closure (DAFC)）と呼ぶ．すべての DAFC によって張られる空間を能動力拘束空間（Space of Active Force Closure (SAFC)）と呼ぶ．

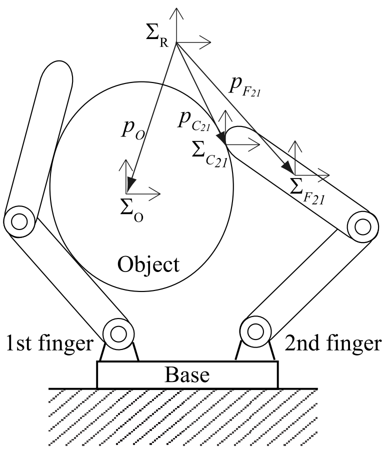

Fig. 1 Target system ($N=2$)

受動力拘束空間（Space of Passive Force Closure (SPFC)）：ロボットハンドにより拘束されている対象物の一般化力（レンチ）空間を考える．この一般化力空間において，関節トルクを変更せずとも打ち消すことのできる外力・モーメントの方向を受動力拘束方向（Direction of Passive Force Closure（DPFC））と呼ぶ．すべての DPFC によって張られる空間を受動力拘束空間（Space of Passive Force Closure（SPFC））と呼ぶ．

3. 基礎式の定式化

本章では，能動・受動部分に対応する一般化変位・力集合を導出し，能動部分と受動部分との間の直交性を示すために必要な基礎式を導出する．基礎式は，三次元の場合について提示するが，二次元の場合についても同様の手法により容易に得ることができる．

3.1 運動学

$\boldsymbol{p}_{C_{ij}}$ の変位と $\boldsymbol{q}_i$ の変位との間の関係および $\boldsymbol{p}_{C_{ij}}$ の変位と $\boldsymbol{r}$ の変位との間の関係はそれぞれ以下のように表される．

$$\Delta \boldsymbol{p}_{C_{ij}} = \boldsymbol{J}_{ij}\Delta \boldsymbol{q}_i, \quad \Delta \boldsymbol{p}_{C_{ij}} = \boldsymbol{G}_{ij}^T \Delta \boldsymbol{r} \tag{1}$$

ただし，$\boldsymbol{J}_{ij} \in \mathcal{R}^{d\times M_i}$ はヤコビ行列，$\boldsymbol{G}_{ij}$ は

$$\boldsymbol{G}_{ij} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I} \\ \left[(\boldsymbol{p}_{C_{ij}} - \boldsymbol{p}_o)\times\right] \end{pmatrix}$$

なる行列を表している．なお，$\boldsymbol{I}$ は単位行列を，$[\boldsymbol{a}\times]$ は外積演算と等価な行列を表している ($[\boldsymbol{a}\times]\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$)．

このとき，diag でブロック対角行列を表すものとし，以下のベクトルおよび行列を用いて

$$\Delta \boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{q}_1^T & \Delta \boldsymbol{q}_2^T & \cdots & \Delta \boldsymbol{q}_N^T \end{pmatrix}^T \in \mathcal{R}^M,$$

$$\boldsymbol{J} = \mathrm{diag}\left(\begin{pmatrix} \boldsymbol{J}_{11} \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_{1L_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{J}_{21} \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_{2L_2} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} \boldsymbol{J}_{N1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_{NL_N} \end{pmatrix}\right) \in \mathcal{R}^{Ld\times M},$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{G}_{11} & \boldsymbol{G}_{12} & \cdots & \boldsymbol{G}_{NL_N} \end{pmatrix} \in \mathcal{R}^{D\times Ld},$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{J} & -\boldsymbol{G}^T \end{pmatrix} \in \mathcal{R}^{Ld\times(M+D)},$$

式（1）より以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{q} \\ \Delta \boldsymbol{r} \end{pmatrix} = \boldsymbol{o} \tag{2}$$

式（2）を解いて

$$\begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{q} \\ \Delta \boldsymbol{r} \end{pmatrix} = \boldsymbol{E}_P^T \Delta \boldsymbol{\zeta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{E}_{P1}^T \\ \boldsymbol{E}_{P2}^T \end{pmatrix} \Delta \boldsymbol{\zeta} \tag{3}$$

を得る．ただし，$\boldsymbol{E}_P \in \mathcal{R}^{a\times(M+D)}$ はその各行が $\boldsymbol{A}$ の零空間の正規直交基底により構成される行列を，$\Delta\boldsymbol{\zeta} \in \mathcal{R}^a$ は $\boldsymbol{E}_P^T$ の各列ベクトル方向の大きさを表す任意ベクトルを，a は $\boldsymbol{A}$ の零空間の次元数を，$\boldsymbol{E}_{P1}$ と $\boldsymbol{E}_{P2}$ はそれぞれ $M\times a$ および $D\times a$ のブロック行列を表している．なお，$\Delta\boldsymbol{\zeta}$ はロボットハンドによる拘束下において発生可能な対象物の変位に対応している．

3.2 静力学

式（2）および仮想仕事の原理より以下の関係を得る．

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ -\boldsymbol{w} \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{f} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{J}^T \\ -\boldsymbol{G} \end{pmatrix} \boldsymbol{f} \tag{4}$$

式（4）において，$\boldsymbol{J}$ が関わる部分にのみ着目し，$\boldsymbol{f}$ について解くと以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{f} = (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{\tau} + (\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T)\tilde{\boldsymbol{k}}_1 \tag{5}$$

ただし，$(\boldsymbol{J}^T)^+$ は $\boldsymbol{J}^T$ の擬似逆行列を，$\tilde{\boldsymbol{k}}_1 \in \mathcal{R}^{Ld}$ は任意ベクトルを表している．この式の第 2 項は関節トルクを変更せずとも発生可能な接触力に対応している．

式（5）を式（4）に代入することにより，以下の関係を得る．

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ -\boldsymbol{w} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{G}(\boldsymbol{J}^T)^+ \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{O} \\ -\boldsymbol{G}(\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T) \end{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{k}}_1 \\ &\triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{G}_J \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{O} \\ -\boldsymbol{\Xi} \end{pmatrix} \boldsymbol{k}_1 \end{aligned} \tag{6}$$

ただし，$\boldsymbol{\Xi} \in \mathcal{R}^{D\times p}$ は各列が $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T)$ の正規直交基底により構成されるフル列ランク行列を，p は $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T)$ のランクを，$\boldsymbol{k}_1 \in \mathcal{R}^p$ は $\boldsymbol{\Xi}$ の各列ベクトル方向の大きさを表す任意ベクトルを表している．なお，第 2 項は関節トルクを変更せずとも発生可能な合力・モーメントに対応している．ここで，$\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_1$ に対応する接触力を $\boldsymbol{\Xi}_J \boldsymbol{k}_1$ で表すこととする．この表現を用いると，式（6）は

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ -\boldsymbol{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{G}_J \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{O} \\ -\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Xi}_J \end{pmatrix} \boldsymbol{k}_1 \tag{7}$$

と表される．なお，$\boldsymbol{J}^T \boldsymbol{\Xi}_J = \boldsymbol{O}$ に注意されたい．

3.3 摩擦条件

接触点 $C_{ij} (i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, L_i)$ における摩擦条件は以下のように表すことができる．

$$\mathcal{F}_{fij} = \{\boldsymbol{f}_{ij} | \sqrt{t_{f_{ij},1}^2 + t_{f_{ij},2}^2} \le \mu_{ij} n_{f_{ij}},\ n_{f_{ij}} \ge 0\} \tag{8}$$

式（8）をすべての接触点についてまとめると，以下の関係を得る．

$$\mathcal{F}_f = \{\boldsymbol{f} | \boldsymbol{f}_{ij} \in \mathcal{F}_{fij},\ \forall \boldsymbol{f}_{ij}\} \tag{9}$$

4. 能動・受動部分に対応する一般化変位・力集合の導出とそれらの間の直交性

本章では，能動・受動部分に対応する一般化変位・力集合を導出するとともに，能動部分と受動部分との間の直交性を示す．ロボットハンドが関節トルク $\boldsymbol{\tau}_{st}$ により，対象物を安定把持しているときを考える．このとき，式（6），(9）から次式が成り立つ．

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_{st}\\ -\boldsymbol{w}_{st}\end{pmatrix}=\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{f}_{st}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{I}\\ -\boldsymbol{G}_J\end{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_{st}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{O}\\ -\boldsymbol{\Xi}\end{pmatrix}\boldsymbol{k}_{1_{st}},\ \boldsymbol{f}_{st}\in\mathcal{F}_f \tag{10}$$

ただし，$\boldsymbol{w}_{st}$，$\boldsymbol{f}_{st}$ および $\boldsymbol{k}_{1_{st}}$ は，それぞれ安定把持状態における $\boldsymbol{w}$，$\boldsymbol{f}$ および $\boldsymbol{k}_1$ を表している．なお，対象物に対して外力が加わらない場合は $\boldsymbol{w}_{st}=\boldsymbol{o}$ である．

4.1 DAFC

各列ベクトルが，$\boldsymbol{E}_{P2}^T$ の列ベクトルが張る空間の正規直交基底より構成されるフル列ランク行列を，$\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T\in\mathcal{R}^{D\times\tilde{a}}$ とおく．

$$\boldsymbol{E}_{P2}^T\Delta\boldsymbol{\zeta}=\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T\Delta\tilde{\boldsymbol{\zeta}}$$

すると，ロボットハンドによる拘束下において発生可能な対象物変位は以下のように表すことができる．

$$\mathcal{A}=\{\Delta\boldsymbol{r}|\Delta\boldsymbol{r}=\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T\Delta\tilde{\boldsymbol{\zeta}}\} \tag{11}$$

ロボットハンドはこの集合に含まれる方向にのみ仕事ができる．式（10）の状態において，$\boldsymbol{\tau}_{st}$ に追加して加える関節トルクを $\boldsymbol{\tau}_{ad}$ とする（加えられるトルクは $\boldsymbol{\tau}_{ad}+\boldsymbol{\tau}_{st}$ となる）．式（6）から，$\boldsymbol{\tau}_{ad}$ によりロボットハンドが行う仕事は，摩擦条件が満たされているとすると，以下のように表すことができる．

$$\mathrm{Work}=\Delta\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{w}=\Delta\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad}+\Delta\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_1,\ \Delta\boldsymbol{r}\in\mathcal{A} \tag{12}$$

ここで，$\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_1$ は外力が対象物に加わったときのみ，$\mathrm{Im}(\boldsymbol{\Xi})$ に含まれる外力成分を相殺するようにはたらく合力である．よって，$\boldsymbol{\tau}_{ad}$ により加えられる合力・モーメントのうち，$(\mathrm{Im}(\boldsymbol{G}_J)\cap\mathrm{Im}(\boldsymbol{\Xi}))$ に含まれる成分は相殺されてしまう．今，$(\boldsymbol{E}\ \boldsymbol{\Xi})\in\mathcal{R}^{D\times D}$ が直交行列となるように $\boldsymbol{E}$ を定義する．$\boldsymbol{\Xi}$ の各列は，$\boldsymbol{\Xi}$ の各列が張る空間の正規直交基底により構成される．したがって，$\boldsymbol{E}$ の各列は，$\boldsymbol{E}$ の各列が張る空間の正規直交基底により構成される．すると，この相殺される成分は，$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T)\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad}$ と表され，以下の関係を持つ．

$$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T)\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad}=-\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_1=-\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Xi}_J\boldsymbol{k}_1 \tag{13}$$

このとき式（12）は

$$\mathrm{Work}=\Delta\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{w}=\Delta\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad},\ \Delta\boldsymbol{r}\in\mathcal{A} \tag{14}$$

となる．Work が正であるとき，ロボットハンドが対象物に対して仕事をすることを意味する．なお，以上の仕事は，摩擦条件が満たされる中で行われる．ロボットハンドにおいて $\boldsymbol{\tau}_{ad}$ を作用させたときの接触力は，$\boldsymbol{\tau}_{ad}$ による接触力 $(\boldsymbol{J}^T)^+\boldsymbol{\tau}_{ad}$，式（13）に対応する接触力 $\boldsymbol{\Xi}_J\boldsymbol{k}_1$，もともと作用している接触力 $\boldsymbol{f}_{st}$ から構成される．このことから摩擦条件は

$$(\boldsymbol{J}^T)^+\boldsymbol{\tau}_{ad}+\boldsymbol{\Xi}_J\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{f}_{st}\in\mathcal{F}_f \tag{15}$$

と表される．したがって式（13）～(15）から，DAFC は以下のように表すことができる．

$$\begin{aligned}\mathrm{DAFC}=\{\Delta\boldsymbol{r}|&\mathrm{Work}=\Delta\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad}>0,\ \Delta\boldsymbol{r}\in\mathcal{A},\\ &(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T)\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad}+\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_1=\boldsymbol{o},\\ &(\boldsymbol{J}^T)^+\boldsymbol{\tau}_{ad}+\boldsymbol{\Xi}_J\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{f}_{st}\in\mathcal{F}_f\}\end{aligned} \tag{16}$$

式（16）における，$\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\tau}_{ad}$ は，$\Delta\boldsymbol{r}(\in\mathcal{A})$ へと対象物を動かす場合に発生可能な一般化力に対応する．

任意方向の $\boldsymbol{\tau}_{ad}$ を加えても各接触点での摩擦条件が満たされる場合，式（16）は以下のようになる．

$$\mathrm{DAFC}=\{\Delta\boldsymbol{r}|\Delta\boldsymbol{r}=\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{G}_J\boldsymbol{\xi}\} \tag{17}$$

ただし，$\boldsymbol{\xi}\in\mathcal{R}^M$ は任意ベクトルを表している．

4.2 DPFC

DPFC は安定把持状態（式（10）参照）において，$\boldsymbol{\tau}_{st}$ を変更せずとも対応可能な外力・モーメントにより張られる空間である．式（10）から，そのような外力・モーメント $\boldsymbol{w}_{ex}$ は次式を満たす．

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_{st}\\ \boldsymbol{w}_{ex}-\boldsymbol{w}_{st}\end{pmatrix}&=\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{f}_{st}-\boldsymbol{f}_{ex})\\ &=\begin{pmatrix}\boldsymbol{I}\\ -\boldsymbol{G}_J\end{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_{st}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{O}\\ -\boldsymbol{\Xi}\end{pmatrix}(\boldsymbol{k}_{1_{st}}-\boldsymbol{k}_{1_{ex}})\end{aligned} \tag{18}$$

ここで，$\boldsymbol{f}_{ex}$ と $\boldsymbol{k}_{1_{ex}}$ はそれぞれ $\boldsymbol{w}_{ex}$ に対応する $\boldsymbol{f}$ と $\boldsymbol{k}_1$ である；

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{o}\\ -\boldsymbol{w}_{ex}\end{pmatrix}=\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{f}_{ex}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{J}^T\\ -\boldsymbol{G}\end{pmatrix}\boldsymbol{\Xi}_J\boldsymbol{k}_{1_{ex}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{O}\\ -\boldsymbol{\Xi}\end{pmatrix}\boldsymbol{k}_{1_{ex}}. \tag{19}$$

$\boldsymbol{f}_{st}-\boldsymbol{f}_{ex}\in\mathcal{F}_f$ が成立する場合，$\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_{1_{ex}}$ は DPFC を表すこととなる．よって DPFC は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}\mathrm{DPFC}=\{\boldsymbol{w}_{ex}|&\boldsymbol{w}_{ex}=\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{k}_{1_{ex}},\boldsymbol{f}_{ex}=\boldsymbol{\Xi}_J\boldsymbol{k}_{1_{ex}},\\ &\boldsymbol{f}_{st}-\boldsymbol{f}_{ex}\in\mathcal{F}_f\}\end{aligned} \tag{20}$$

4.3 SAFC と SPFC との間の直交性

式（16）(または式（17））より，SAFC は $\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T$ の列ベクトルによって張られる空間の部分集合として表される．式（20）より，SPFC は $\boldsymbol{\Xi}$ の列ベクトルによって張られる空間の部分集合として表される．このため，$\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T$ と $\boldsymbol{\Xi}$ とが直交することを示せば，SAFC と SPFC との間の直交性を示すことができる．これは，以下のような状況において証明を行うことに対応する．ロボットハンドによる拘束下において発生可能な対象物変位（式（11）参照）のすべての方向に対して，正の仕事ができる．$\boldsymbol{\Xi}$ の各列ベクトルの方向にはたらく外力・モーメントを，安定把持状

態における関節トルク $\boldsymbol{\tau}_{st}$ を変更することなく相殺可能である．

$\boldsymbol{E}_P$ の定義（式（3）参照）から，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{E}_P^T = \boldsymbol{O}$ が成り立つ．ゆえに以下の関係が成り立つ．

$$\boldsymbol{E}_P \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{f} = \boldsymbol{o}, \quad \forall \boldsymbol{f}$$

よって，式（19）の $\boldsymbol{f}_{ex}$ に関して，以下の関係を得ることができる．

$$\boldsymbol{E}_P \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{f}_{ex} = \boldsymbol{o}$$

この式は

$$\boldsymbol{E}_P \boldsymbol{A}^T \Xi_J \boldsymbol{k}_{1_{ex}} = \boldsymbol{o}$$

と表される．したがって，式（19）より以下の関係を得る．

$$\boldsymbol{E}_P \begin{pmatrix} \boldsymbol{O} & -\Xi^T \end{pmatrix}^T \boldsymbol{k}_{1_{ex}} = \boldsymbol{o}$$

$\boldsymbol{k}_{1_{ex}}$ は任意ゆえ

$$\boldsymbol{E}_P \begin{pmatrix} \boldsymbol{O} & -\Xi^T \end{pmatrix}^T = \boldsymbol{O}$$

が成り立つ．よって

$$\boldsymbol{E}_{P2} \Xi = \boldsymbol{O}$$

ゆえに

$$\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2} \Xi = \boldsymbol{O} \tag{21}$$

を得る．式（21）は SAFC（DAFC）と SPFC（DPFC）との間の直交性を示している．

補足：今，Ξ と $\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T$ のすべての列ベクトルにより張られる空間と対象物の一般化力空間との間の関係について考える．Ξ を用いて，対象物の一般化力空間は，以下のように表すことができる．

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{w} | \boldsymbol{w} \in \mathcal{R}^D\} &= \mathrm{Im}(\Xi) \oplus \ker(\Xi^T) \\ &= \mathrm{Im}(\Xi) \oplus \ker((\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T) \boldsymbol{G}^T)\end{aligned}$$

$\ker((\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T) \boldsymbol{G}^T)$ は以下のように表すことができる．

$$\begin{aligned}&\ker((\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{J}^T) \boldsymbol{G}^T) \\ &= \ker(\boldsymbol{G}^T) \cup \{\boldsymbol{w} | \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{w} \in \mathrm{Im}(\boldsymbol{J})\} \\ &= \{\boldsymbol{w} | (\boldsymbol{x}^T \ \boldsymbol{w}^T)^T \in \ker(\boldsymbol{A}), \boldsymbol{x} \in \mathcal{R}^M\} \\ &= \{\boldsymbol{w} | \boldsymbol{w} = \tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T \boldsymbol{x}, \boldsymbol{x} \in \mathcal{R}^{\tilde{a}}\}\end{aligned} \tag{22}$$

よって，Ξ と $\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T$ のすべての列ベクトルから張られる空間は，対象物の一般化力空間に対応することが分かる．つまり，$\mathrm{rank}(\Xi \ \ \tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T) = D$ が成り立つ．

以上の関係を用いると，式（16）と式（17）はそれぞれ以下のように表すことができる．

$$\begin{aligned}\mathrm{DAFC} = \{\Delta \boldsymbol{r} | &\mathrm{Work} = \Delta \boldsymbol{r}^T \boldsymbol{G}_J \boldsymbol{\tau}_{ad} > 0, \ \Delta \boldsymbol{r} \in \mathcal{A}, \\ &(\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T \tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}) \boldsymbol{G}_J \boldsymbol{\tau}_{ad} + \boldsymbol{G} \Xi_J \boldsymbol{k}_1 = \boldsymbol{o}, \\ &(\boldsymbol{J}^T)^+ \boldsymbol{\tau}_{ad} + \Xi_J \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{f}_{st} \in \mathcal{F}_f\},\end{aligned} \tag{16$'$}$$

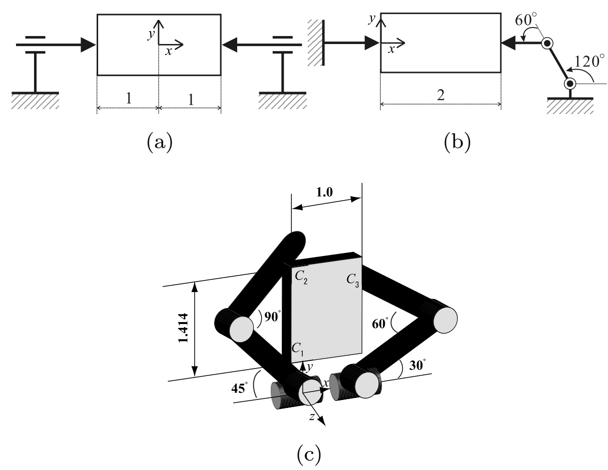

Fig. 2 Examples of hybrid active/passive closure

$$\mathrm{DAFC} = \{\Delta \boldsymbol{r} | \Delta \boldsymbol{r} = \tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T \tilde{\boldsymbol{E}}_{P2} \boldsymbol{G}_J \boldsymbol{\xi}\} \tag{17$'$}$$

また，物体移動に伴い，指姿勢が変化するため，DAFC が維持されるとは限らない．すなわち $\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T$ は物体移動と共に変化する可能性がある．しかしながら，制御変数となり，実際の物理的意味を持つ変数は，その方向の大きさ $\Delta\tilde{\boldsymbol{\zeta}}$（式（11）参照）であることに注意されたい．後述の数値例（**Fig. 2**）の場合，$\Delta\tilde{\boldsymbol{\zeta}}$ は，(a) の例では，x 方向並進変位，(b) の例では，回転中心における対象物の回転角（姿勢），(c) の例では左指の第一関節の x，z 軸周りの回転角ならびに左指の 2 箇所の接触点を結ぶ直線周りの回転角に対応する．

4.4　数値例

Fig. 2 に示す系を考える．なお，$\boldsymbol{\tau}_{st}$ は後述の内力の大きさ $\boldsymbol{k}_2$ の各成分を 1 に設定し，この内力から求めた．Fig. 2 (a) のシステムにおいて，$\boldsymbol{A}$ は以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

よって，$\boldsymbol{E}_P$ と Ξ はそれぞれ

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_P &= \begin{pmatrix} -0.5774 & 0.5774 & -0.5774 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \Xi &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T\end{aligned} \tag{23}$$

となる．各接触点での摩擦係数を 0.3 に設定すると，式（16）$'$，（20），（23）から，DAFC および DPFC は **Fig. 3** (a) のように表される．Fig. 3 において ● 印は DAFC を，× 印は DPFC を表している．Fig. 3 (a) および式（23）から，SAFC（DAFC）が紙面横方向（x 方向）に，SPFC が y および回転方向に対応することが分かる．また，DPFC の集合は摩擦条件のため多面凸集合として表されることが分かる．

次に Fig. 2 (b) のシステムを考える．対象物を環境と接触させながら操る場合である．各指の各リンクの長さを 1 とおく．このとき，$\boldsymbol{A}$ は次式で与えられる．

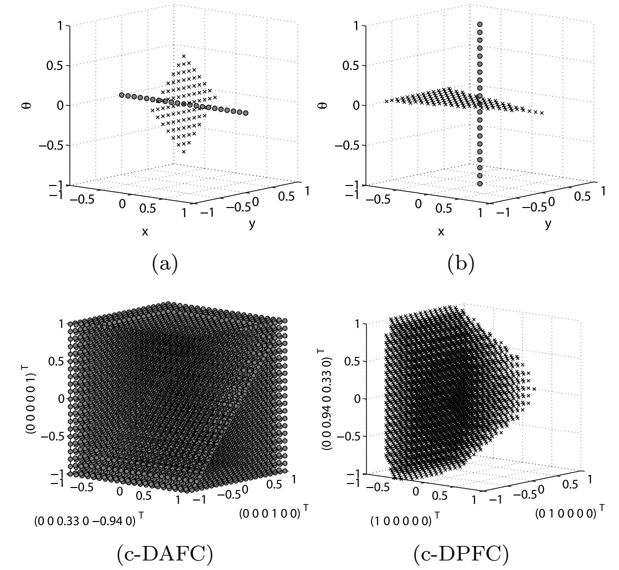

Fig. 3 DAFC and DPFC of examples (●: DAFC, ×: DPFC)

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1.5 & -1 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

ただし，Σ_R および Σ_O は左指と対象物との間の接触点に置かれているものとする．この場合，$\boldsymbol{E}_P$ と $\boldsymbol{\Xi}$ はそれぞれ以下のように表される．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_P &= \begin{pmatrix} 0 & -0.8944 & 0 & 0 & 0.4472 \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\Xi} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T \end{aligned} \tag{24}$$

各接触点での摩擦係数を 0.3 に設定すると，式（16）$'$，（20），（24）から，DAFC および DPFC は Fig. 3 (b) のように表される．Fig. 3 (b) と式（24）から，SAFC（DAFC）が回転方向に，SPFC が並進方向に対応することが分かる．また，DPFC の集合は摩擦条件のため多面凸集合として表されることが分かる．

最後に Fig. 2 (c) に示す系を考える．対象物を左指と 2 箇所で接触させながら操る場合である．各リンクの長手方向の長さを 1.5 とすると，$\boldsymbol{A}$ は以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & -0.3536 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3536 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3536 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.7678 & -0.70711 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3536 & 0.70711 & 0 & 0 & 0 \\ -1.7678 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5 & -0.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.299 \\ 0 & 0 & 0 & -1.5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3536 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0.3536 \\ 0 & 0 & -1 & -0.3536 & -0.3536 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.7678 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0.3536 \\ 0 & 0 & -1 & -1.7678 & -0.3536 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -0.6465 \\ 0 & 0 & -1 & -1.5 & 0.6465 & 0 \end{pmatrix}$$

ただし，Σ_R および Σ_O は左指の第一（二）関節におかれている．この場合，$\boldsymbol{E}_P$ と $\boldsymbol{\Xi}$ はそれぞれ次のように与えられる．

$$\boldsymbol{E}_P=\left(\begin{matrix} -0.5995 & 0.0233 & 0 & -0.5077 & 0.0291 \\ -0.0921 & -0.0781 & 0 & 0.4536 & -0.0975 \\ 0.0134 & 0.5060 & 0 & 0.0934 & 0.6319 \end{matrix}\right.$$
$$\left.\begin{matrix} -0.0116 & 0 & 0 & -0.0487 & 0.5995 & 0.1376 & 0.0233 \\ 0.0388 & 0 & 0 & -0.2894 & 0.0921 & 0.8187 & -0.0781 \\ -0.2518 & 0 & 0 & -0.0424 & -0.0134 & 0.1200 & 0.5060 \end{matrix}\right),$$

$$\boldsymbol{\Xi}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9428 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3333 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{25}$$

また，$\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}$ は以下のように与えられる．

$$\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.3333 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.9428 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{26}$$

各接触点での摩擦係数を 0.5 に設定すると，式（16）$'$，（20），（25），（26）から，DAFC および DPFC はそれぞれ Fig. 3(c-DAFC) および (c-DPFC) のように表される．もともと DAFC および DPFC は六次元空間において表されるが，これを図示することはできないため，$\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^T$ の各列方向への写像成分を Fig. 3 (c-DAFC) に，$\boldsymbol{\Xi}$ の各列方向への写像成分を Fig. 3 (c-DPFC) に示している．なお，摩擦円錐は 16 面からなる摩擦多面錘により近似した．直交性により，Fig. 3 (c-DAFC) には DPFC が，Fig. 3 (c-DPFC) には DAFC が現れていない．Fig. 3 (c-DAFC) および (c-DPFC)，式（25），（26）から，SAFC が x および z 軸周りの回転方向ならびに左指の二つの接触点を結ぶ軸まわりの回転方向に対応し，それらに直交する方向が SPFC に対応することが分かる．さらに，式（25）の $\boldsymbol{E}_P$ の第 3 列の各要素が 0 であることから，左指の第三関節（接触点 C_1 と C_2 の間にある関節）の角度を変更しながら操ることができないことが分かる．

5. 対象物操作時の内力解析

本章では，能動受動混合拘束下にある対象物を操る場合の内力について解析する．

能動力拘束下では，対象物操作により内力の方向が変化するので，安定把持を維持するために内力を制御する．受動力拘束下では，外力がはたらいても関節トルクを変更することなく自動的にそれとバランスするような力がはたらくため，関節トルクを固定して把握を行う．能動受動混合拘束下の場合，両方の性質を持つため，対象物移動に伴い，変化する内力成分としない成分があると考えられる．前者は，制御が必要であり，後者は，対応する関節トルクを固定すればよいと考えられる．そこで本論文では，対象物操作に伴う内力変化と，それに対応する関節トルクに関して解析する．

簡単のため，各接触点における単位法線ベクトルが対象物座標系に対して固定されているものとする．2 章での仮定から，対象物座標系から見た各接触点位置は変化しないため，対象物が移動したとしても内力の方向は対象物座標系に対して固定される．ゆえに，摩擦条件が満たされるかどうかは内力の大きさにのみ依存することとなる．対象物操作において，安定把持を維持する（摩擦条件を満たす）ために次のような単純な方法をとることにする：(1) 対象物を把持・操作するための適切な内力の大きさ（一定）を探す．(2) 得られた内力の大きさを目標値として内力の大きさを制御し，その値を一定に保つ．

今，対象物に対して外力がはたらいていないとし，あらかじめ加えられている関節トルク $\boldsymbol{\tau}_{st}$ に対応する内力を $\boldsymbol{f}_{int}$ とおく．これらの関係は式（4）より以下のように表される．

$$\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{f}_{int} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{st} \\ \boldsymbol{o} \end{pmatrix} \tag{27}$$

一方で，$\boldsymbol{f}_{int}$ は $\boldsymbol{G}\boldsymbol{f}_{int} = \boldsymbol{o}$ の関係を満たすことから，以下のように表すことができる．

$$\boldsymbol{f}_{int} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G}^+\boldsymbol{G})\tilde{\boldsymbol{k}}_2 \triangleq \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{k}_2 \tag{28}$$

ただし，$\boldsymbol{\Phi} \in \mathcal{R}^{(Ld)\times(Ld-D)}$ は，$\boldsymbol{G\Phi} = \boldsymbol{O}$ を満たす任意行列であり，接触点が 3 箇所の場合 Yoshikawa [26] によって与えられているトラスモデル

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{o} & \boldsymbol{e}_{13} & \boldsymbol{e}_{12} \\ \boldsymbol{e}_{23} & \boldsymbol{o} & \boldsymbol{e}_{21} \\ \boldsymbol{e}_{32} & \boldsymbol{e}_{31} & \boldsymbol{o} \end{pmatrix} \tag{29}$$

によって表現することができる（接触点が 2 個や 4 個の場合についても同様に与えられている [26]）．ただし，接触点を $C_i(i = 1, 2, 3)$ とした場合，$\boldsymbol{e}_{ij}$ は接触点 C_i から接触点 C_j へ向かう単位ベクトルを表している．また，$\tilde{\boldsymbol{k}}_2 \in \mathcal{R}^{Ld}$，$\boldsymbol{k}_2 \in \mathcal{R}^{Ld-D}$ は任意ベクトルを表している．なお，$\boldsymbol{\Phi}$ は内力の方向，$\boldsymbol{k}_2$ はその大きさに対応する．

ここで，対象物と指が無限小変位移動をするとすると，式 (27)，(28) は以下のようになる．

$$(\boldsymbol{A}^T+\Delta\boldsymbol{A}^T)(\boldsymbol{f}_{int}+\Delta\boldsymbol{f}_{int}) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{st}+\Delta\boldsymbol{\tau}_{st} \\ \boldsymbol{o} \end{pmatrix}, \tag{30}$$

$$\boldsymbol{f}_{int} + \Delta\boldsymbol{f}_{int} = (\boldsymbol{\Phi} + \Delta\boldsymbol{\Phi})(\boldsymbol{k}_2 + \Delta\boldsymbol{k}_2) \tag{31}$$

式（31）を式（30）に代入し，$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{\Phi}$ とおき，式（27）を用い，二次以上の微小項を無視すると，

$$\Delta\boldsymbol{B}\boldsymbol{k}_2 + \boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{k}_2 = \begin{pmatrix} \Delta\boldsymbol{\tau}_{st} \\ \boldsymbol{o} \end{pmatrix} \tag{32}$$

を得る．

ここで $\boldsymbol{x} = \left(\boldsymbol{q}^T\ \boldsymbol{r}^T\right)^T (\in \mathcal{R}^{M+D})$ とおくと，式（32）は

$$\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial\boldsymbol{x}}\Delta\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{k}_2 + \boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{k}_2 = \begin{pmatrix} \Delta\boldsymbol{\tau}_{st} \\ \boldsymbol{o} \end{pmatrix} \tag{33}$$

となる．ただし，$\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial\boldsymbol{x}}$ は三次テンソル，$\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial\boldsymbol{x}}\Delta\boldsymbol{x}$ は二次テンソル（行列）を表している．Chen と Kao [27] と同様の定式化を用いることにより，式（33）の第 1 項は

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial\boldsymbol{x}}\Delta\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{k}_2 &= \left[\sum_{i=1}^{M+D}\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial x_i}\Delta x_i\right)\right]\boldsymbol{k}_2 \\
&= \sum_{i=1}^{M+D}\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial x_i}\boldsymbol{k}_2\right)\Delta x_i \\
&= \left[\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial x_1}\boldsymbol{k}_2\right)\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial x_2}\boldsymbol{k}_2\right)\cdots\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial x_{M+D}}\boldsymbol{k}_2\right)\right]\Delta\boldsymbol{x} \\
&\triangleq \boldsymbol{\Psi}\Delta\boldsymbol{x}
\end{aligned} \tag{34}$$

と表すことができる．よって，式（33）は

$$\boldsymbol{\Psi}\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{k}_2 = \begin{pmatrix} \Delta\boldsymbol{\tau}_{st} \\ \boldsymbol{o} \end{pmatrix} \tag{35}$$

となる．右辺の対象物に加わる合力・モーメントの項が $\boldsymbol{o}$ であること，および，$\boldsymbol{G\Phi} = \boldsymbol{o}$ より，左辺第 1 項の対象物に加わる合力・モーメントに相当する部分は $\boldsymbol{o}$ となる．さらに，能動受動混合拘束を考えているため，任意の $\Delta\boldsymbol{x}$ が得られるとは限らない．発生し得る $\Delta\boldsymbol{x}$ は式（3）より

$$\mathcal{A}_x = \{\Delta\boldsymbol{x}|\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{E}_P^T\Delta\boldsymbol{\zeta}\} \tag{36}$$

と表される．$\boldsymbol{A}$ がフル行ランク行列とすると，式（35）から内力の大きさの変位 $\Delta\boldsymbol{k}_2$ は，

$$\Delta\boldsymbol{k}_2 = \boldsymbol{B}_1^+\Delta\boldsymbol{\tau}_{st} - \boldsymbol{\Psi}_{EP}\Delta\boldsymbol{\zeta} \tag{37}$$

と表される．ただし，

$$\boldsymbol{B}_1 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} \end{pmatrix}\boldsymbol{B},$$
$$\boldsymbol{\Psi}_{EP} = \boldsymbol{B}_1^+\begin{pmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} \end{pmatrix}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{E}_P^T$$

である．なお，$\boldsymbol{A}$ がフル行ランクをもつ場合，$\boldsymbol{B}_1$ はフル列ランクをもつことに注意されたい $(\ker(\boldsymbol{J}^T) \cap \ker(\boldsymbol{G}) = \emptyset)$．

式（37）の右辺第 2 項は，関節トルクを一定に保つと生じてしまう内力の大きさの変化を表している．すなわちこの項 $-\boldsymbol{\Psi}_{EP}\Delta\boldsymbol{\zeta}$ が対応（制御）しなければならない内力の大きさである．このような内力の大きさ成分を *RIF*（*reaction-needed* internal forces）と呼ぶことにする．

一方で，$\boldsymbol{\Psi}_{EP}^{T}$ の零空間に含まれる内力の大きさ成分，すなわち

$$\left\{\boldsymbol{k}_2 | \boldsymbol{k}_2 = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Psi}_{EP}\boldsymbol{\Psi}_{EP}^{+})\boldsymbol{k}_3,\ \boldsymbol{k}_3 \in \mathcal{R}^{Ld-D}\right\} \quad (38)$$

は対応する必要がない．ただし，$\boldsymbol{k}_3$ は任意ベクトルを表している．このような内力の大きさ成分を *RNIF*（*reaction-not-needed internal forces*）と呼ぶことにする．この内力の大きさに対応する関節トルク成分

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{B}_1(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Psi}_{EP}\boldsymbol{\Psi}_{EP}^{+})\boldsymbol{k}_3$$

は固定すればよい．

5.1 数値例

4.4 節の数値例と同じ系を考える．

まず，Fig. 2 (a) の系を考える．この場合，内力の方向 $\boldsymbol{\Phi}$ と式（37）の $\boldsymbol{\Psi}_{EP}$ はそれぞれ以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^T, \quad \boldsymbol{\Psi}_{EP} = 0$$

よって，内力の大きさは *RNIF* であることが分かる．つまりこの場合，能動力拘束の方向（DAFC）に対象物を動かしたとしても，内力の大きさを一定に保ち摩擦条件を保つために，対応する関節トルクを変更する必要はない．

次に，Fig. 2 (b) に示す系を考える．この場合，内力の方向 $\boldsymbol{\Phi}$ と式（37）の $\boldsymbol{\Psi}_{EP}$ はそれぞれ以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^T, \quad \boldsymbol{\Psi}_{EP} = 1.8074$$

よって，内力の大きさは *RIF* であることが分かる．つまり，能動力拘束の方向（DAFC）に対象物を動かす場合，内力の大きさを一定に保ち摩擦条件を保つために，内力を制御する（対応する関節トルクを変更する）必要がある．

最後に，Fig. 2 (c) に示す系を考える．この場合，$\boldsymbol{\Phi}$ は以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.9660 & -0.2587 & 0 & -0.9660 & 0.2587 & 0 \\ 0.6573 & 0.7536 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.6573 & -0.7536 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

よって，式（37）の $\boldsymbol{\Psi}_{EP}$ は以下のように表される．

$$\boldsymbol{\Psi}_{EP} = \begin{pmatrix} 0.1432 & 0.1064 & -0.5265 \\ 0.3893 & 0.0162 & 0.2623 \\ -0.0067 & -0.0804 & 0.4927 \end{pmatrix}$$

この方向の内力の大きさ成分は *RIF* である．この系の場合 *RNIF* も存在し，

$$\left\{\boldsymbol{k}_2 | \boldsymbol{k}_2 = \begin{pmatrix} -0.6098 \\ 0.2111 \\ -0.7639 \end{pmatrix} k_3^{\prime},\ k_3^{\prime} \in \mathcal{R}^1\right\}$$

と表される．ただし，$k_3^{\prime}$ は任意ベクトルを表している．つまり，この系の場合，摩擦条件を満足するために内力の大きさを一定に保ちながら能動力拘束の方向（DAFC）に対象物を動かす際，内力を制御する（対応する関節トルク成分を変更する）必要がある内力の大きさ成分と，対応する関節トルク成分を固定すればよい内力の大きさ成分があることが分かる．

6. お わ り に

本論文では，能動受動混合拘束下の物体把持において，能動力拘束部分と受動力拘束部分の定義を行った．また，これまで議論されていなかった，対象物に加えられる一般化力の方向や大きさを明確にするため，対応する一般化変位・力集合の導出を行った．さらにそれら能動力拘束部分と受動力拘束部分とが互いに直交し合うことを一般的な把握系に対して示した．また，対象物の一般化力空間は，受動力拘束部分と能動力拘束部分にそれぞれ対応する $\tilde{\boldsymbol{E}}_{P2}^{T}$ と $\boldsymbol{\Xi}$ のすべての列ベクトルから張られる空間で表されることを示した．能動拘束下においては，対象物移動に伴い，指・対象物位置姿勢が変化し，内力が変化する．このため，安定把持維持用に（摩擦条件を満たすため），内力を制御しなければならない．一方で，受動力拘束下においては，対象物に加わる外力に対し，関節トルクを変更せずともそれを相殺するような力が自動的にはたらくため，関節トルクを固定して対象物を把握する．能動受動混合拘束下では，両方に対応する部分が存在するため，内力のある成分は制御が必要な一方で，ある成分に対しては対応する関節トルクを固定すればよい．本論文では，これら内力成分を導出した．本論文の結果は，これまで不明瞭であった，能動受動混合拘束下での能動部分と受動部分の関係を明らかにしたもので，この拘束下での物体の操り手法の構築等に役立つと考えられる．

参 考 文 献

[1] A. Bicchi and V. Kumar: "Robotic grasping and contact: A review," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.348–353, 2000.

[2] J.C. Trinkle: "On the stability and instantaneous velocity of grasped frictionless objects," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.8, no.5, pp.560–572, 1992.

[3] M.R. Cutkosky: "On grasp choice, grasp models, and the design of hands for manufacturing tasks," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.5, no.3, pp.269–279, 1989.

[4] T. Yoshikawa: "Passive and active closures by constraining mechanisms," Trans. of the ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.121, pp.418–424, 1999.

[5] Z. Li, P. Hsu and S. Sastry: "Grasping and coordinated manipulation by a multifingered robot hand," Int. J. of Robotics Research, vol.8, no.4, pp.33–50, 1989.

[6] A.B.A. Cole, J.E. Hauser and S.S. Sastry: "Kinematics and control of multifingered hands with rolling contact," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.34, no.4, pp.398–403, 1989.

[7] Y. Yokokohji, M. Sakamoto and T. Yoshikawa: "Vision-aided object manipulation by a multifingered hand with soft fingertips," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1027–1031, 1999.

[8] A.A. Cole, P. Hsu and S.S. Sastry: "Dynamic control of sliding by robot hands for regrasping," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.8, no.1, pp.42–52, 1992.

[9] X. Zheng, R. Nakashima and T. Yoshikawa: "On dynamic con-

trol of finger sliding and object motion in manipulation with multifingered hands," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.16, no.5, pp.469–481, 2000.

[10] K. Harada, M. Kaneko and T. Tsuji: "Active force closure for multiple objects," J. of Robotic Systems, vol.19, no.3, pp.133–141, 2002.

[11] K. Harada, M. Kaneko and T. Tsuji: "Rolling-based manipulation for multiple objects," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.16, no.5, pp.457–468, 2000.

[12] J.C. Trinkle and R.P. Paul: "Planning for dexterous manipulation with sliding contacts," Int. J. of Robotics Research, vol.9, no.3, pp.24–48, 1990.

[13] A. Bicchi, C. Melchiorri and D. Balluchi: "On the mobility and manipulability of general multiple limb robots," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.11, no.2, pp.215–228, 1995.

[14] K. Harada and M. Kaneko: "A sufficient condition for manipulation of envelope family," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.18, no.4, pp.597–607, 2002.

[15] J. Park, W. Chung and M. Kaneko: "Active-external enveloping grasps: Dynamical-balance based motion analysis," Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.1566–1571, 2001.

[16] A. Shapiro, E. Rimon and J.W. Burdick: "Passive force closure and its computation in compliant-rigid grasps," Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.1769–1775, 2001.

[17] T. Omata and K. Nagata: "Rigid body analysis of the indeterminate grasp force in power grasp," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1787–1793, 1996.

[18] X.-Y. Zhang, Y. Nakamura, K. Goda and K. Yoshimoto: "Robustness of power grasp," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2828–2835, 1994.

[19] K. Mirza and D.E. Orin: "General formulation for force distribution in power grasp," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.880–887, 1994.

[20] Y. Zhang and W.A. Gruver: "Definition and force distribution of power grasps," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1373–1378, 1995.

[21] Y. Yu, K. Takeuchi and T. Yoshikawa: "Optimization of robot hand power grasps," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3341–3347, 1998.

[22] T. Omata: "Rigid body analysis of power grasps: Bound of the indeterminate grasp force," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2203–2209, 2001.

[23] T. Yoshikawa, T. Watanabe and M. Daito: "Optimization of power grasps for multiple objects," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1786–1791, 2001.

[24] M.Y. Wang and D.M. Pelinescu: "Contact force prediction and force closure analysis of a fixtured rigid workpiece with friction," Trans. on ASME, J. of Manufacturing Science and Engineering, vol.125, pp.325–332, 2003.

[25] T. Watanabe and T. Yoshikawa: "Optimization of grasping an object by using required acceleration and equilibrium-force sets," Proc. of IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics, pp.338–343, 2003.

[26] T. Yoshikawa: "Virtual truss model for characterization of internal forces for multiple finger grasps," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.15, no.5, pp.941–947, 1999.

[27] S. Chen and I. Kao: "Conservative congruence transformation for joint and cartesian stiffness matrices of robotic hands and fingers," Int. J. of Robotics Research, vol.19, no.9, pp.835–847, 2000.

渡辺哲陽（Tetsuyou Watanabe）

1974 年 4 月 3 日生．2003 年京都大学大学院工学研究科博士後期課程修了．同年山口大学工学部助手となり，現在に至る．博士（工学）．ロボットハンドやマイクロマニピュレーションなどの研究に従事．IEEE，日本機械学会などの会員．

（日本ロボット学会正会員）

江　鐘偉（Zhongwei Jiang）

1958 年 9 月 21 日生．東北大学大学院博士後期課程修了．同年同大学工学部助手．1993 年同大学工学部助教授．1997 年米国州立ケンタッキー大学客員教授．1999 年山口大学工学部教授となり現在に至る．機械力学，メカトロニクスの研究に従事．工学博士．日本機械学会，計測自動制御学会などの会員．

原田研介（Kensuke Harada）

1968 年 9 月 28 日生．1997 年 3 月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了．博士（工学）．同年 4 月広島大学工学部助手，2002 年 4 月独立行政法人産業技術総合研究所研究員．ヒューマノイドロボット，ロボットハンド，ロボットマニピュレータ等，ロボット機構の力学と制御に関する研究に興味を持つ．IEEE，計測自動制御学会，日本機械学会などの会員．

（日本ロボット学会正会員）

吉川恒夫（Tsuneo Yoshikawa）

1941 年 12 月 19 日生．1969 年京都大学大学院工学研究科博士課程修了．同年同大学工学部助手．1970 年同大学工学部助教授．1986 年同大学工学部教授，1994 年組織変更により同大学工学研究科教授，2005 年立命館大学情報理工学部教授（知能情報学科）となり現在に至る．ロボット工学，制御工学の研究に従事．工学博士．京都大学名誉教授．米国 IEEE 学会，日本ロボット学会，および日本機械学会のフェロー．計測自動制御学会，システム制御情報学会，日本バーチャルリアリティ学会などの会員．

（日本ロボット学会正会員）